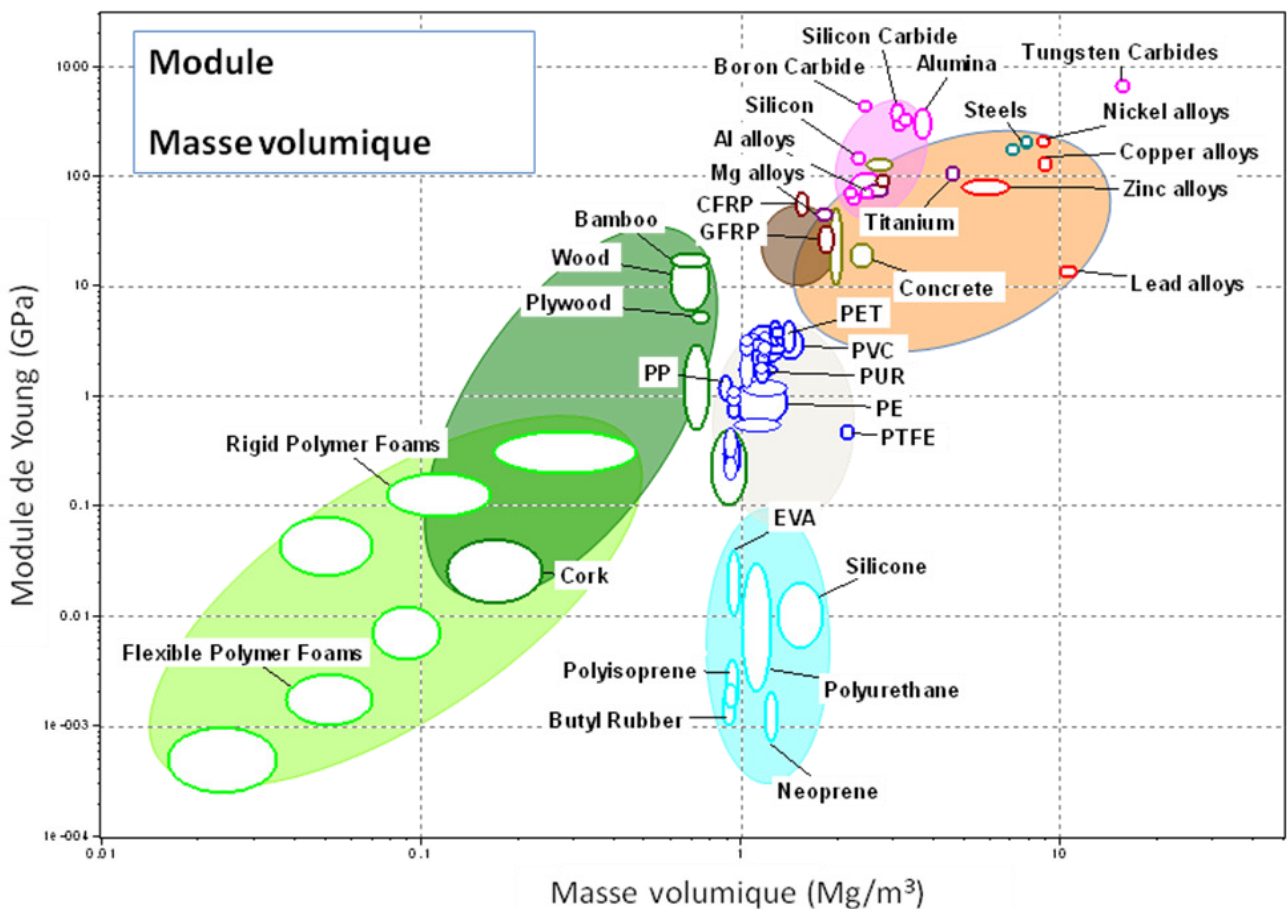


Application 3

EXERCICE 1 :

Soit le diagramme suivant :

1. Identifier les 2 propriétés représentées sur la carte ;
2. Nommer chaque ellipse par le nom de groupe de matériau ;
3. Déterminer les limites de chacun ;
4. Quels sont les groupes de matériaux qui ont une DENSITÉ inférieure à 1000 Kg/m^3 . Tracer la limite sur le diagramme ;
5. Quels sont les groupes de matériaux qui ont une DENSITÉ supérieure à 6 Mg/m^3 . Tracer la limite sur le diagramme ;



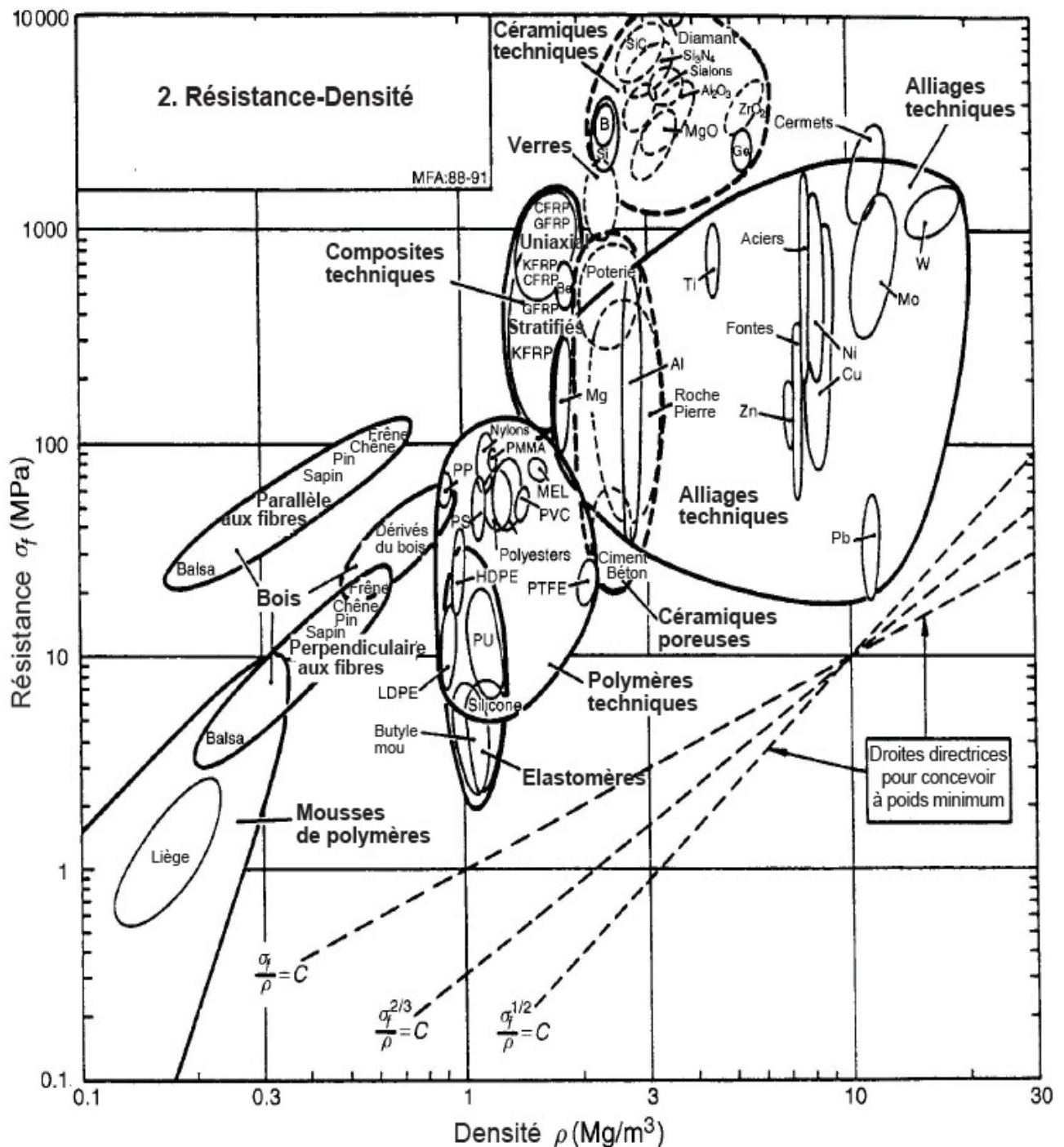
6. Quels sont les groupes de matériaux qui ont un MODULE supérieure à 100 GPa . Tracer la limite sur le diagramme ;
7. Quels sont les groupes de matériaux qui ont un MODULE inférieure à 2000 MPa . Tracer la limite sur le diagramme ;
8. Quels sont les groupes de matériaux qui ont une DENSITÉ supérieure à 16 Mg/m^3 . Tracer la limite sur le diagramme ;

EXERCICE 2 :

Soit le diagramme suivant et les indices $I = \frac{\sigma_f}{\rho}$, $I_1 = \left(\frac{\sigma_f}{\rho}\right)^{0.5}$ et $I_2 = \frac{\sigma_f^{0.5}}{\rho}$:

1. Tracer les droites qui correspondent aux indices suivants :

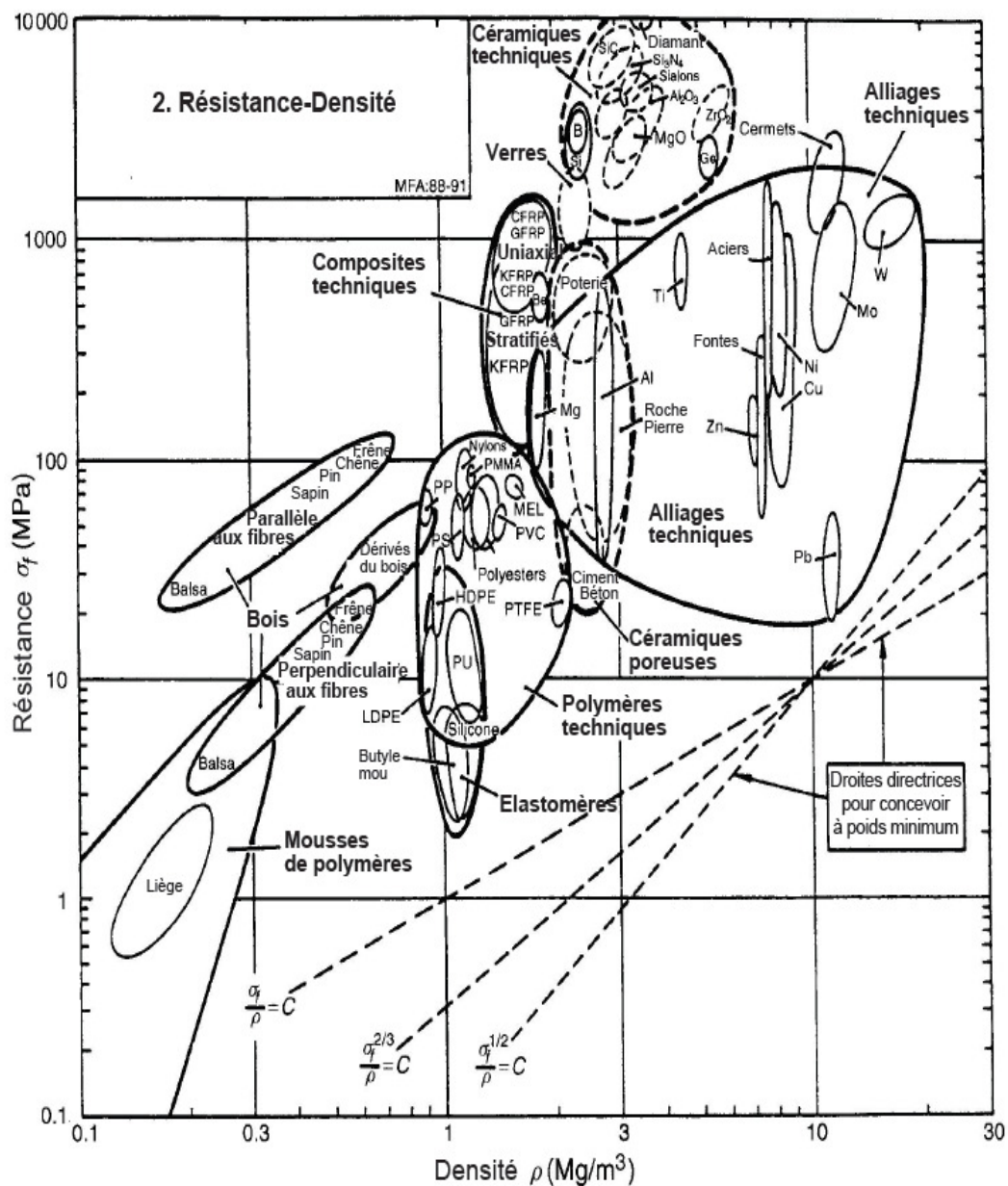
- $I=1, I=3$,
- $I_1=1, I_1=2, I_1=4, I_1=8$,
- $I_2=2$ et $I_2=10$.



EXERCICE 2 : « Une barre de section circulaire légère et résistante »

On veut concevoir une barre **légère et résistante** de section circulaire de rayon r et de longueur l chargée en traction, avec une contrainte de résistance sans endommagement sous une charge F .

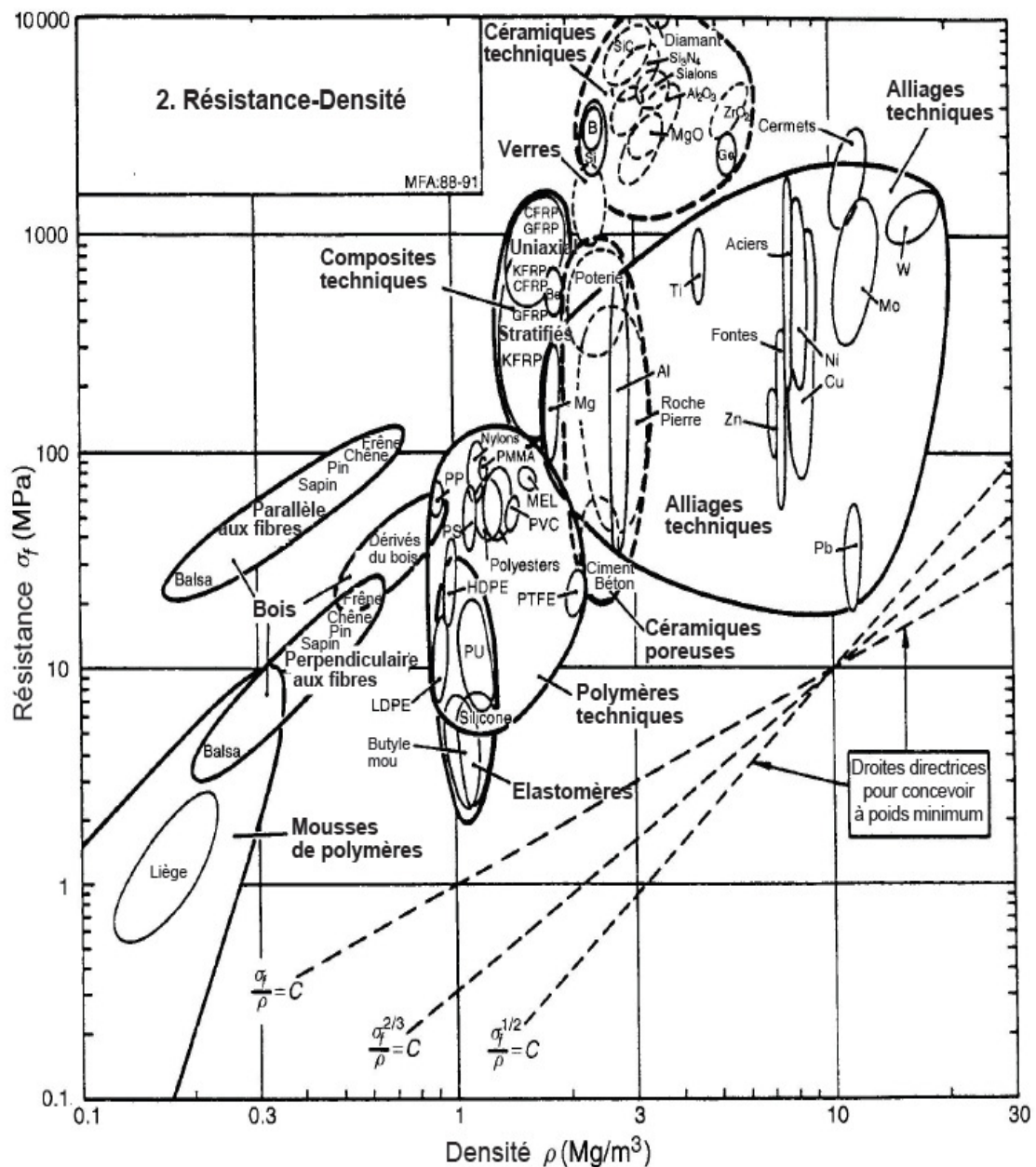
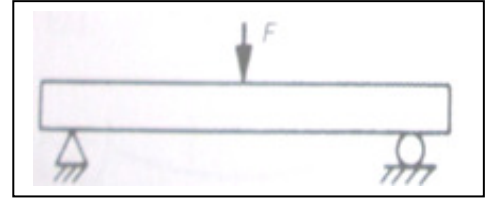
1. Quelle est la fonction de l'objet ?
2. Quel est l'objectif du produit ?
3. Quelles sont les contraintes non négociables ?
4. Quels sont les paramètres ajustables (variables libres) ?
5. Quelles sont les lois physiques régissant le problème ?
6. Donner l'expression de l'objectif en fonction des paramètres fonctionnels (F), géométriques (G) et du matériau (M) : $(O) = f\{(F)(G)(M)\}$
7. Dédurre l'indice de performance.
8. Déterminer le meilleur matériau puis proposer une liste de 3 matériaux de groupes différents (Diagramme en annexe).



EXERCICE 3 : « Une poutre légère et résistante »

On veut concevoir une poutre **légère et résistante** de section carrée (a, a) et de longueur l chargé en flexion, avec une contrainte de résistance sans endommagement sous une charge F .

1. Quelle est la fonction de l'objet ?
2. Quel est l'objectif du produit ?
3. Quelles sont les contraintes non négociables ?
4. Quels sont les paramètres ajustables (variables libres) ?
5. Quelles sont les lois physiques régissant le problème ?
6. Donner l'expression de l'objectif en fonction des paramètres fonctionnels (F), géométriques (G) et du matériau (M) : $(O) = f\{(F)(G)(M)\}$
7. Dédurre l'indice de performance.
8. Déterminer le meilleur matériau puis proposer une liste de 3 matériaux de groupes différents (Diagramme en annexe).



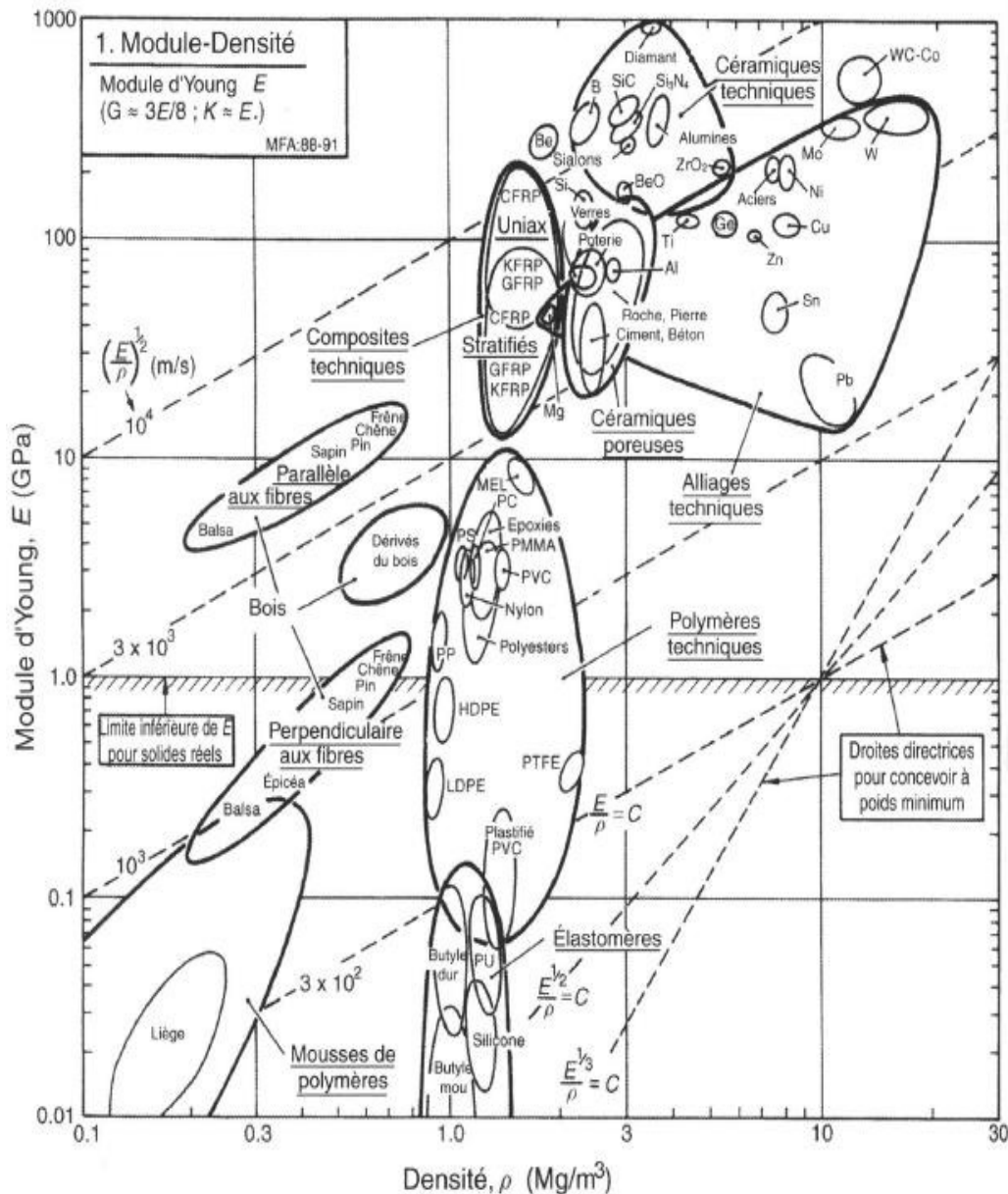
EXERCICE 4 : « Une poutre légère et rigide »

On veut concevoir une poutre **légère** de section carrée (a, a) et de longueur l chargé en flexion, avec une contrainte sur sa **rigidité** qui dit que la flèche de déformation ne doit pas dépasser une valeur δ sous une charge F (figure 3).



Fig.3 poutre de section carrée chargée en flexion.

1. Quelle est la fonction de l'objet ?
2. Quel est l'objectif du produit ?
3. Quelles sont les contraintes non négociables ?
4. Quels sont les paramètres ajustables (variables libres) ?
5. Quelles sont les lois physiques régissant le problème ?
6. Donner l'expression de l'objectif en fonction des paramètres fonctionnels (F), géométriques (G) et du matériau (M) : $(O) = f\{(F)(G)(M)\}$
7. Dédurre l'indice de performance.
8. Déterminer le meilleur matériau puis proposer une liste de 3 matériaux de groupes différents (Diagramme en annexe).



EXERCICE 5 : « Matériau pour une poutre de section carrée rigide et bon marché »

On veut concevoir une poutre rigide et bon marché de section carrée (a, a) et de longueur l chargée en flexion, avec une contrainte sur sa **rigidité** qui dit que la flèche de déformation ne doit pas dépasser une valeur δ sous une charge F (figure 3).

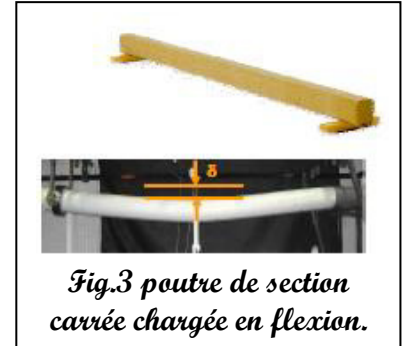
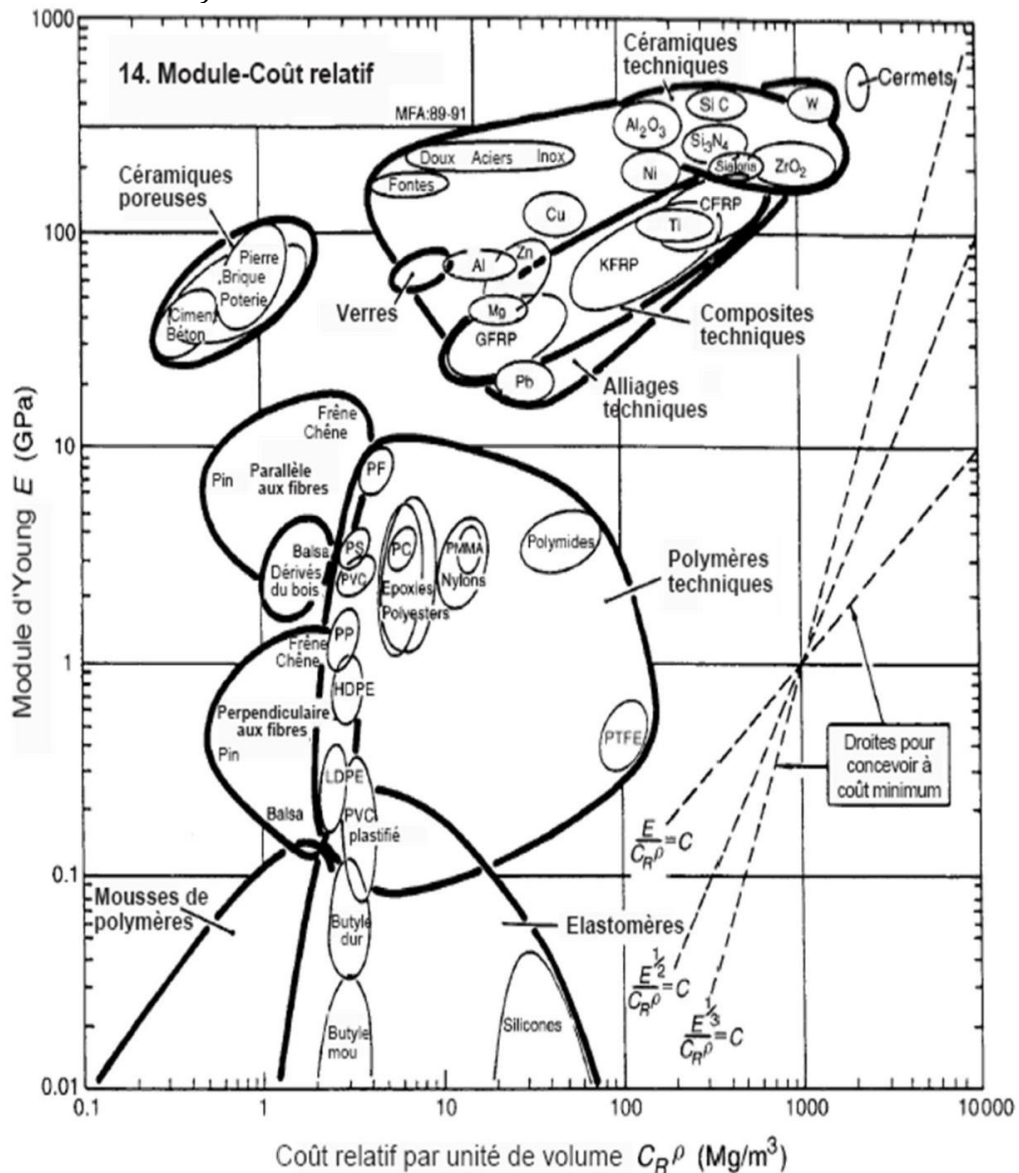
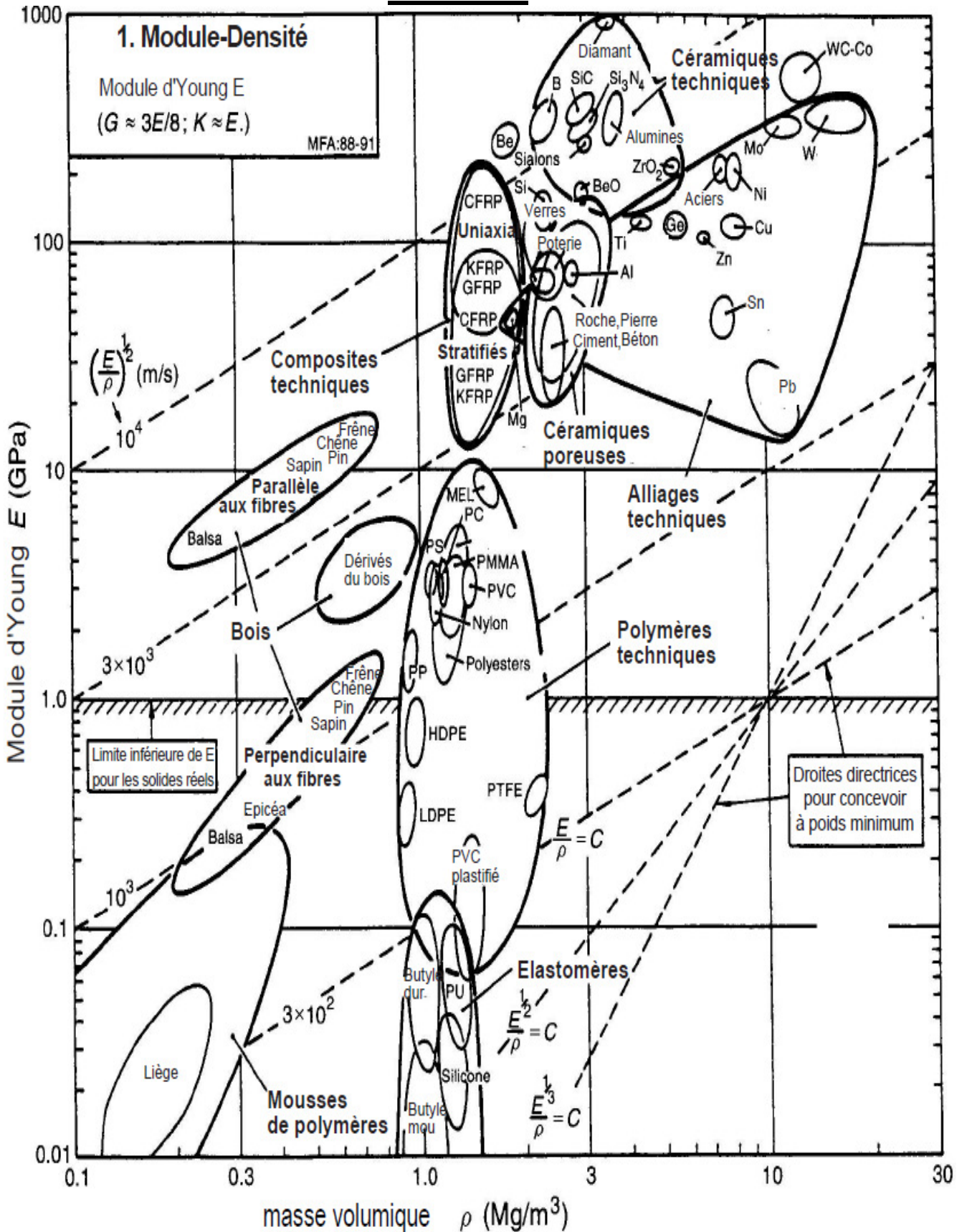


Fig.3 poutre de section carrée chargée en flexion.

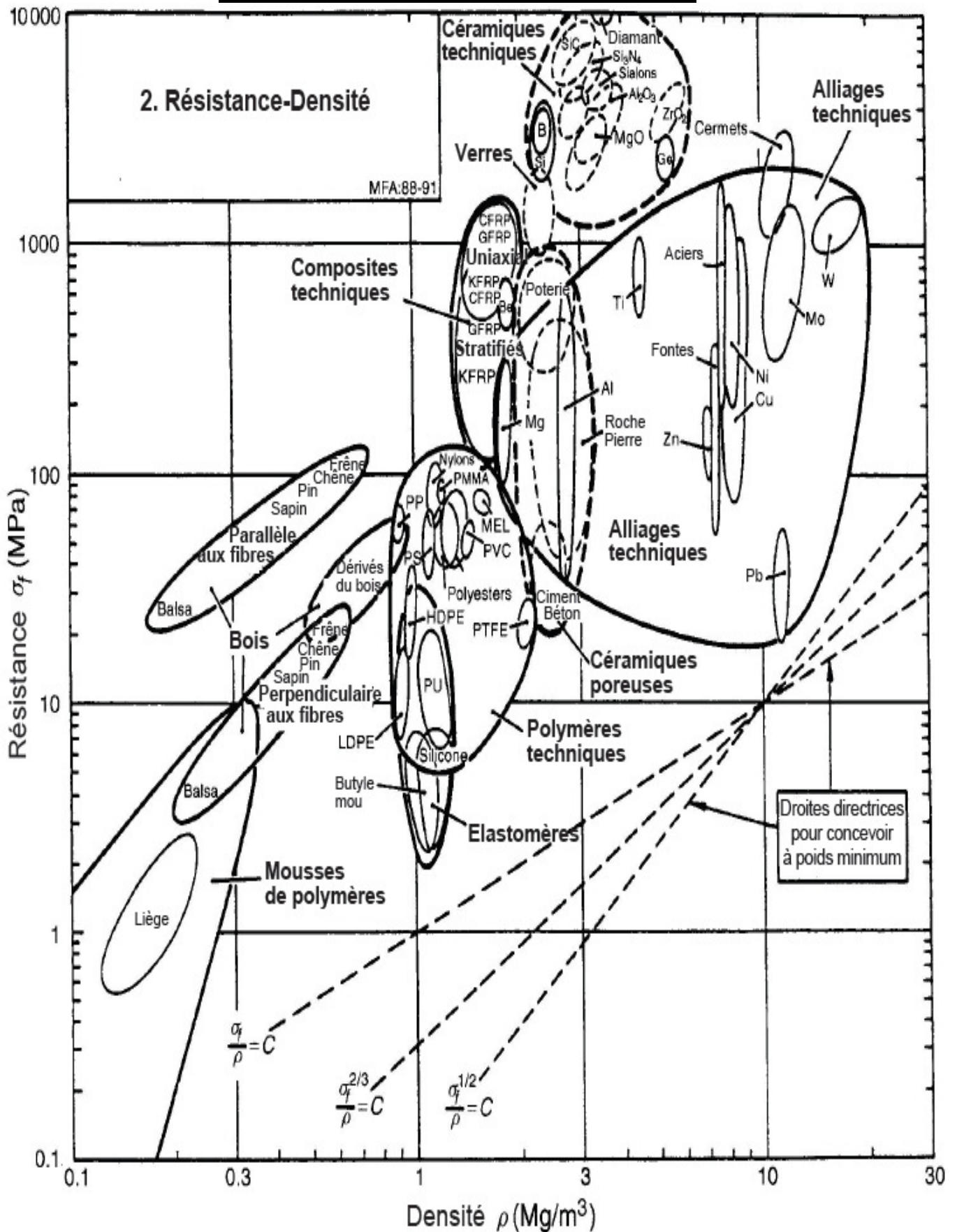
1. Définir la fonction de l'objet ?
2. Etablir l'objectif du produit ?
3. Identifier les contraintes non négociables ?
4. Quels sont les paramètres ajustables (variables libres) ?
5. Quelles sont les lois physiques régissant le problème ?
6. Donner l'expression de l'objectif en fonction des paramètres fonctionnels (F), géométriques (G) et du matériau (M) :
 $(O) = f \{ (F) (G) (M) \}$
7. Dédire l'indice de performance.
8. Déterminer le meilleur matériau puis proposer une liste de 3 matériaux de groupes différents (Diagramme en annexe).



ANNEXE 1 carte de sélection



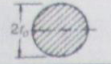

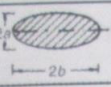


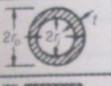
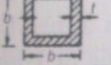
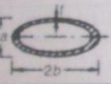
ANNEXE 1 carte de sélection



ANNEXE 2 : INDICE DE PERFORMANCE

Fonction, objectif, contrainte	Indice
Barre, poids minimum, rigidité spécifiée	$\frac{E}{\rho}$
Poutre, poids minimum, rigidité spécifiée	$\frac{E^{1/2}}{\rho}$
Poutre, poids minimum, résistance spécifiée	$\frac{\sigma_f^{2/3}}{\rho}$
Poutre, coût minimum, rigidité spécifiée	$\frac{E^{1/2}}{C_m \rho}$
Poutre, poids minimum, résistance spécifiée	$\frac{\sigma_f^{2/3}}{C_m \rho}$
Colonne, coût minimum, charge de flambage spécifiée	$\frac{E^{1/2}}{C_m \rho}$
Ressort, poids minimum pour une énergie emmagasinée spécifiée	$\frac{\sigma_f^2}{E \rho}$
Isolation thermique, coût minimum, flux de chaleur spécifié	$\frac{1}{\lambda C_m \rho}$
Électroaimant, champ maximum, élévation de température spécifiée	$\kappa C_\rho \rho$

ANNEXE 3 : Moments des sections usuelles

Géométrie	$A(m^2)$	$I_{xx}(m^4)$	$K(m^4)$	$Z(m^3)$	$Q(m^3)$
	πr^2	$\frac{\pi}{4} r^4$	$\frac{\pi}{2} r^4$	$\frac{\pi}{4} r^3$	$\frac{\pi}{2} r^3$
	b^2	$\frac{b^4}{12}$	$0.14b^4$	$\frac{b^3}{6}$	$0.21b^3$
	πab	$\frac{\pi}{4} a^3 b$	$\frac{\pi a^3 b^3}{(a^2 + b^2)}$	$\frac{\pi}{4} a^2 b$	$\frac{\pi a^2 b}{2}$ ($a < b$)
	bh	$\frac{bh^3}{12}$	$\frac{b^3 h}{3} \left(1 - 0.58 \frac{b}{h}\right)$ ($h > b$)	$\frac{bh^2}{6}$	$\frac{b^2 h^2}{3h + 1.8b}$ ($h > b$)
	$\frac{\sqrt{3}}{4} a^2$	$\frac{a^4}{32\sqrt{3}}$	$\frac{a^4 \sqrt{3}}{80}$	$\frac{a^3}{32}$	$\frac{a^3}{20}$
	$\pi(r_o^2 - r_i^2)$ $\approx 2\pi r t$	$\frac{\pi}{4}(r_o^4 - r_i^4)$ $\approx \pi r^3 t$	$\frac{\pi}{2}(r_o^4 - r_i^4)$ $\approx 2\pi r^3 t$	$\frac{\pi}{4r_o}(r_o^4 - r_i^4)$ $\approx \pi r^2 t$	$\frac{\pi}{2r_o}(r_o^4 - r_i^4)$ $\approx 2\pi r^2 t$
	$4bt$	$\frac{2}{3} b^3 t$	$b^3 t \left(1 - \frac{t}{b}\right)^4$	$\frac{4}{3} b^2 t$	$2b^2 t \left(1 - \frac{t}{b}\right)^2$
	$\pi(a + b)t$	$\frac{\pi}{4} a^3 t \left(1 + \frac{3b}{a}\right)$	$\frac{4\pi(ab)^{5/2} t}{(a^2 + b^2)}$	$\frac{\pi a^2 t}{4} \left(1 + \frac{3b}{a}\right)$	$2\pi t (a^3 b)^{1/2}$ ($b > a$)

ANNEXE 4 : Equations de constitution pour la réponse mécanique

Déformation élastique	
Uniaxiale	$\epsilon_1 = \frac{\sigma_1}{E}$
Générale	$\epsilon_1 = \frac{\sigma_1}{E} - \frac{\nu}{E}(\sigma_2 + \sigma_3)$
Déformation plastique	
Uniaxiale	$\sigma_1 \geq R_e$
Générale	$\sigma_1 - \sigma_3 = R_e$ (Tresca)
$\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$	$\sigma_e \geq R_e$ (Von Mises) avec $\sigma_e^2 = \frac{1}{2}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]$
Fluage	
Uniaxial	$\dot{\epsilon}_1 = \dot{\epsilon}_0 \left(\frac{\sigma}{\sigma_0}\right)^n$
Général	$\dot{\epsilon}_1 = \dot{\epsilon}_0 \left(\frac{\sigma^{n-1}}{\sigma_0^n}\right) \left(\sigma_1 - \frac{1}{2}(\sigma_2 + \sigma_3)\right)$
Rupture	
Uniaxiale	$\sigma_1 = \frac{CK_{Ic}}{\sqrt{\pi a}}$ (C = 1 en traction et 15 en compression)
Générale	$\sigma_1 = \frac{CK_{Ic}}{\sqrt{\pi a}} (\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3)$

ANNEXE 5 : Flexion élastique
« Poutres »

ANNEXE 5' : Flexion sans endommagement
« Poutres »

C_1	C_2
3	2
8	6
2	1
48	16
$\frac{384}{5}$	24
192	-

$$\delta = \frac{F\ell^3}{C_1 EI} = \frac{M\ell^2}{C_1 EI}$$

$$\theta = \frac{F\ell^2}{C_2 EI} = \frac{M\ell}{C_2 EI}$$

E = module d'Young
 δ = déformation
 F = force (N)
 M = moment (Nm)
 ℓ = longueur (m)
 b = largeur (m)
 t = épaisseur (m)
 θ = angle à l'extrémité
 I = voir Table 2 (m⁴)
 γ = distance de la F.N. (m)
 R = rayon de courbure (m)
 $\frac{\sigma}{\gamma} = \frac{M}{I} = \frac{E}{R}$

$$M_f = \left(\frac{I}{y_m}\right)\sigma^*$$
 (Début)
 $M_f = H\sigma_y$ (Plasticité totale)

$$F_f = C\left(\frac{I}{y_m}\right)\frac{\sigma^*}{\ell}$$
 (Début)

$$F_f = \frac{CH\sigma_y}{\ell}$$
 (Plasticité totale)

M_f = moment (m)
 F_f = force (N)
 ℓ = longueur (m)
 t = épaisseur (m)
 b = largeur (m)
 I = voir Table 2 (m⁴)
 $\frac{I}{y_m}$ = voir Table 2 (m³)
 H = voir Table 2 (m³)
 σ_y = limite d'élasticité (N/m²)
 σ_f = module de rupture (N/m²)
 σ^* = σ_y (matériau plastique)
 = σ_f (matériau fragile)