



CONCOURS DE RECRUTEMENT
DES TECHNOLOGUES EN GENIE MECANIQUE
مناظرة انتداب التكنولوجيين في الهندسة الميكانيكية

SESSION 2015 دورة

Epreuves écrites + Corrections

- Epreuve 1 : Sciences et Techniques Industrielles
- Epreuve 2 : Technologie

Présenté par : **M. Slim CHOUCENE**

Membres de Jury :

Abdelmajid BENAMARA	ENIM	Président
Abdelwaheb MAHDHI	ISET Jerba	Membre
Amir BERRHOUMA	ENSIT	Membre
Bechir BECHOUEL	ISET Radès	Membre
Anouar BEN CHAABANE	ISET Mahdia	Membre
Foued LANDOLSI	ISET Nabeul	Membre
Hedi KCHAOU	IPEIS	Membre
Mohamed KHARRAT	IPEIS	Membre
Moncef HBAIEB	ISET Sfax	Membre
Slim CHOUCENE	ISET Sousse	Membre
Mounir DRIDI	ISET Jendouba	Membre
Mourad CHIBOUNI	ISET Bizerte	Membre
Othmane HINDAOUI	ISET Sfax	Membre
Rachid NASRI	ENIT	Membre
Salah MEZLINI	ENIM	Membre



CONCOURS DE RECRUTEMENT
DES TECHNOLOGUES EN GENIE MECANIQUE

مناظرة انتداب التكنولوجيين في الهندسة الميكانيكية

SESSION 2015 دورة

Epreuve de Sciences et Techniques Industrielles

اختبار في العلوم والتقنيات الصناعية

DUREE : 6 HEURES

المدة: ست (6) ساعات

Aucun document n'est autorisé.

Moyens de calculs autorisés : calculatrice de poche, y compris calculatrice programmable et alphanumérique à fonctionnement autonome, non imprimante. En aucune manière la calculatrice ne pourra posséder de données scientifiques ou techniques propres au Génie Mécanique.

Dès la distribution du sujet, le candidat s'assurera que l'exemplaire du dossier remis est complet.

Le sujet comporte quatre parties indépendantes.

Le sujet comporte 36 pages:

- *Une première partie A (de la page 3/36 à la page 10/36)*
- *Une deuxième partie B (de la page 11/36 à la page 21/36)*
- *Une troisième partie C (de la page 22/36 à la page 28/36)*
- *Une quatrième partie D (de la page 29/36 à la page 36/36)*

DEROULEMENT DE L'EPREUVE :

L'épreuve comporte quatre parties indépendantes. Les auteurs de l'épreuve recommandent de répartir le temps de travail de la façon suivante :

Partie A (Mécanique des systèmes de solides rigides) : durée : 1 heure 30 minutes

Partie B (Mécanique des milieux déformables) : durée : 2 heures

Partie C (Mécanique des fluides) : durée : 1 heure 30 minutes

Partie D (Systèmes linéaires - Asservissement) : durée : 1 heure

RECOMMANDATIONS :

- Lire attentivement et intégralement chaque partie de l'épreuve avant de la traiter ;
- Soigner la qualité de la synthèse et de la présentation ;
- Chacune des quatre parties de l'épreuve doit être rédigée sur des feuilles séparées ;
- Numéroté les copies de la façon suivante : **1/n, 2/n, ..., n/n** (en supposant qu'il y a **n** feuilles au total)

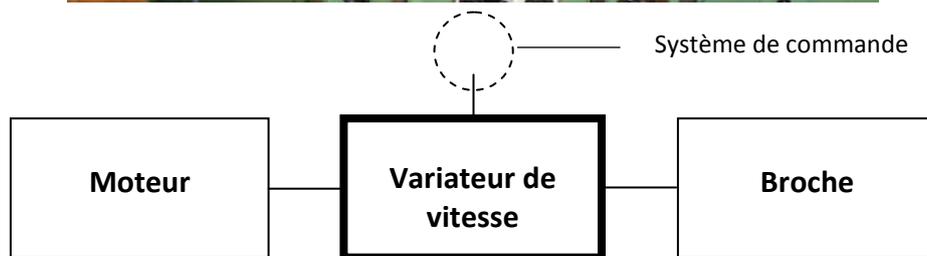
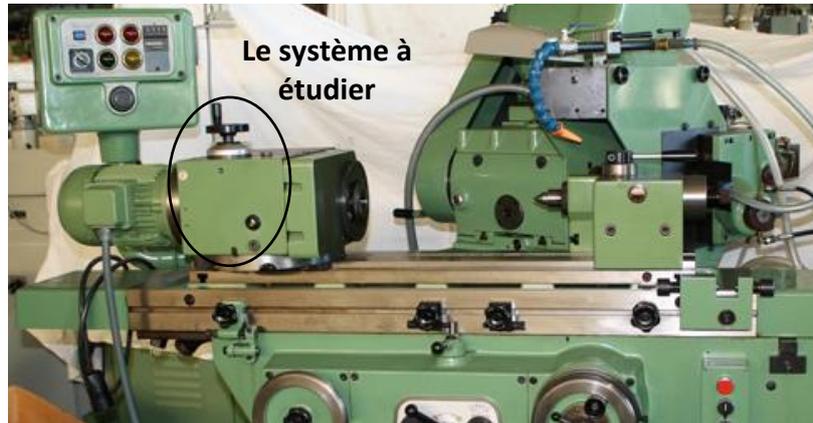
Partie A

MECANIQUE DES SYSTEMES DE SOLIDES RIGIDES

Étude d'un variateur de vitesse d'une broche de rectifieuse cylindrique

Mise en situation :

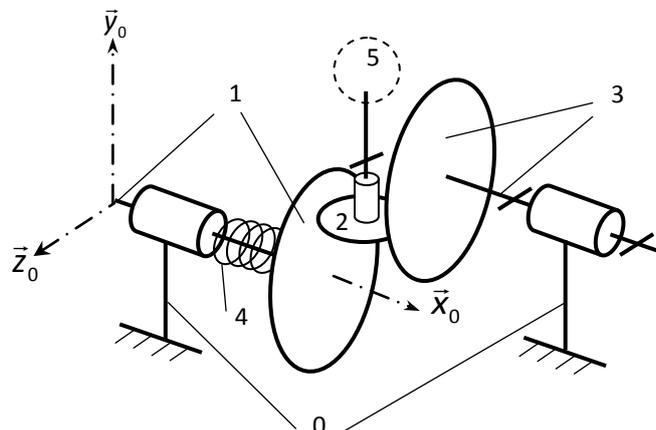
Le système proposé est un variateur de vitesse à plateaux et galet monté entre le moteur et la broche d'une rectifieuse cylindrique destiné à régler les vitesses de rotation des pièces à rectifier.



Présentation du système :

Le schéma cinématique suivant représente un variateur de vitesse à galet et plateaux.

Le variateur proposé se compose d'un bâti **0**, d'un plateau moteur **1**, d'un galet (roue de friction) **2**, d'un plateau récepteur **3**, d'un ressort **4** et d'un système de commande **5 non représenté et n'intervenant pas dans l'étude**.



Les liaisons :

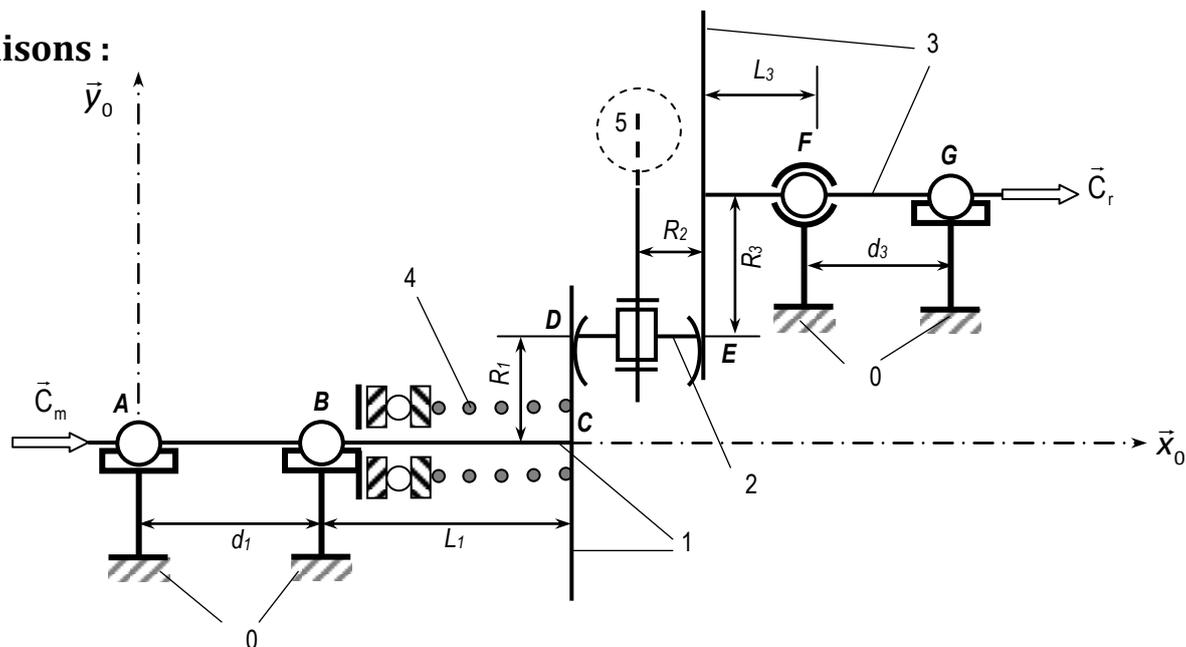


Figure 1 : Schéma cinématique du variateur de vitesse

- Pour un réglage prédéfini du système 5 (non représenté), le galet 2 assure la transmission du mouvement et des actions mécaniques entre les plateaux 1 et 3.
- Plateau moteur 1 / bâti 0 : linéaire annulaire en A et B d'axe \vec{x}_0 .
- Plateau récepteur 3 / bâti 0 : Rotule en F et linéaire annulaire en G d'axe \vec{x}_0 .
- Ressort 4 / plateau moteur 1 : ponctuelle en C de normale \vec{x}_0 .
- Galet 2 / système de commande 5 : Pivot d'axe \vec{y}_0
- Les contacts en D et E sont des contacts ponctuels avec **frottement** tel que les facteurs de frottement $f_D = f_E = f$ (donné).

Les paramètres géométriques :

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AB} &= d_1 \cdot \vec{x}_0 & \overrightarrow{AC} &= (d_1 + L_1) \cdot \vec{x}_0 & \overrightarrow{AD} &= (d_1 + L_1) \cdot \vec{x}_0 + R_1 \cdot \vec{y}_0 \\ \overrightarrow{DE} &= 2R_2 \cdot \vec{x}_0 & \overrightarrow{EF} &= L_3 \cdot \vec{x}_0 + R_3 \cdot \vec{y}_0 & \overrightarrow{FG} &= d_3 \cdot \vec{x}_0 \end{aligned}$$

Les liaisons sont parfaites, on néglige les frottements sauf en D et E.

On néglige les poids propres et les effets d'inerties.

A.1- Partie statique (figure1) :

Le but de cette partie consiste à déterminer :

- les actions mécaniques dans les paliers **A**, **B**, **F** et **G**.
- l'effort fourni par le ressort **4**.
- le couple moteur \vec{C}_m en fonction du couple résistant $\vec{C}_r = C_r \cdot \vec{x}_0$ (connu) et des données géométriques du mécanisme.

Le couple moteur est transmis au plateau **3** à travers le plateau moteur **1** et le galet **2**.

Travail demandé :

- A.1.1-** Exprimer les torseurs des actions mécaniques transmissibles des liaisons **A** et **B**. En déduire le torseur de la liaison équivalente entre l'arbre moteur **1** et le bâti **0**.
- A.1.2-** Monter, par une étude statique, que la liaison équivalente entre le bâti **0** et l'arbre récepteur **3** est un pivot d'axe \vec{x}_0 .
- A.1.3-** Déterminer $\{\tau_{0 \rightarrow 1}\}_A$; $\{\tau_{0 \rightarrow 1}\}_B$; $\{\tau_{4 \rightarrow 1}\}_C$ et $\{\tau_{2 \rightarrow 1}\}_D$ en fonction de \vec{C}_m
- A.1.4-** Trouver une relation entre $\vec{D}_{2/1}$ et $\vec{E}_{2/3}$ (le système de commande est à l'arrêt)
- A.1.5-** Déterminer $\{\tau_{0 \rightarrow 3}\}_F$; $\{\tau_{0 \rightarrow 3}\}_G$ et $\{\tau_{2 \rightarrow 3}\}_E$ en fonction de \vec{C}_r .
- A.1.6-** Déduire une relation entre C_m et C_r .

A.2- Partie cinématique (figure 2 et 3) :

La partie cinématique a pour but de déterminer une relation entre les vitesses angulaires d'entrée et de sortie du variateur. Le mécanisme est modélisé comme suit :

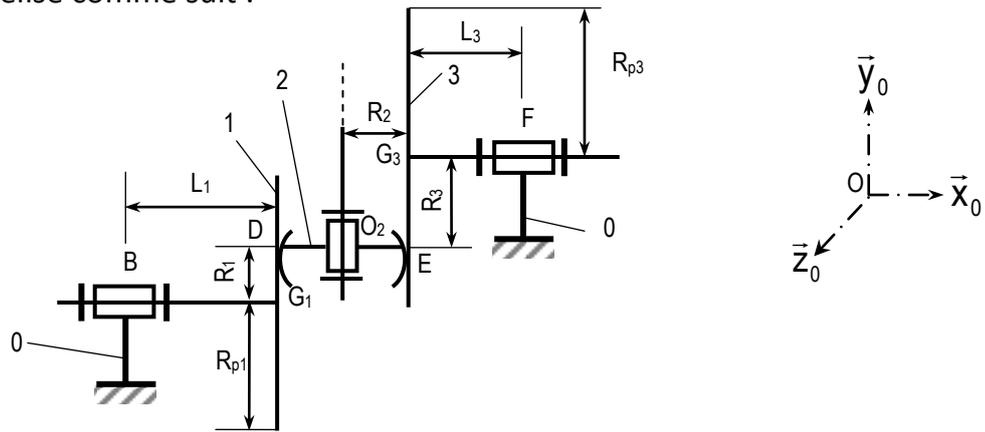


Figure 2 : Schéma simplifié du variateur

Les repères :

- \mathcal{R}_0 ($O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0$) repère fixe lié au bâti **0**.
- \mathcal{R}_1 ($B, \vec{x}_0, \vec{y}_1, \vec{z}_1$) repère lié au plateau **1**
- \mathcal{R}_2 ($O_2, \vec{x}_2, \vec{y}_0, \vec{z}_2$) repère lié au galet **2**
- \mathcal{R}_3 ($F, \vec{x}_0, \vec{y}_3, \vec{z}_3$) repère lié au plateau **3**

Les paramètres de mouvements :

$$\alpha_1(t) = \left(\vec{z}_0, \hat{\vec{z}}_1 \right) \quad \alpha_2(t) = \left(\vec{z}_0, \hat{\vec{z}}_2 \right)$$

$$\alpha_3(t) = \left(\vec{z}_0, \hat{\vec{z}}_3 \right)$$

Les paramètres géométriques :

$$\vec{BD} = L_1 \cdot \vec{x}_0 + R_1 \cdot \vec{y}_0 \quad \vec{O_2D} = -R_2 \cdot \vec{x}_0 \quad \vec{O_2E} = R_2 \cdot \vec{x}_0 \quad \vec{FE} = -L_3 \cdot \vec{x}_0 - R_3 \cdot \vec{y}_0$$

Rq : R_1, R_2, R_3, L_1 et L_3 sont des constantes.

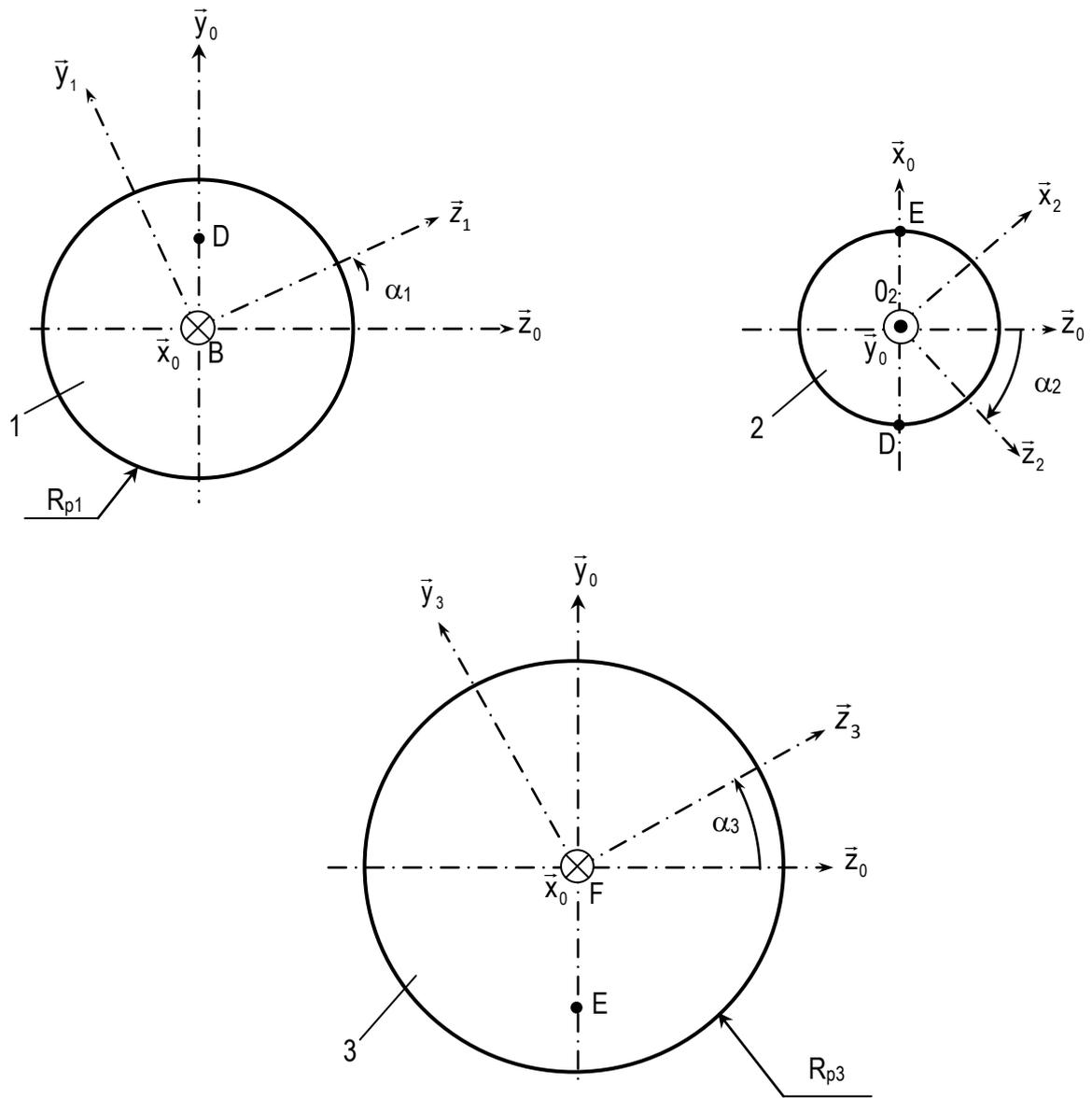


Figure 3 : Le paramétrage

Travail demandé :

- A.2.1-** Déterminer les torseurs cinématiques $\left\{ \mathfrak{G}_{1/0} \right\}_D, \left\{ \mathfrak{G}_{2/0} \right\}_D, \left\{ \mathfrak{G}_{2/0} \right\}_E$ et $\left\{ \mathfrak{G}_{3/0} \right\}_E$.
- A.2.2-** Que signifie physiquement le glissement entre 1 et 2 en D ?
- A.2.3-** Calculer la vitesse de glissement en D.
- A.2.4-** Dédire une relation entre $\dot{\alpha}_1$ et $\dot{\alpha}_2$ s'il y a roulement sans glissement au point D.
- A.2.5-** Calculer la vitesse de glissement en E.
- A.2.6-** Dédire une relation entre $\dot{\alpha}_2$ et $\dot{\alpha}_3$ s'il y a roulement sans glissement au point E.
- A.2.7-** En déduire une relation entre $\dot{\alpha}_3$ et $\dot{\alpha}_1$.

A.3- Partie dynamique (figures 2 et 3):

Le but de cette partie consiste à dimensionner le moteur en tenant compte des inerties des plateaux **1** et **3**.

Les plateaux **1** et **3** sont modélisés comme étant des disques pleins, d'épaisseurs négligeables, de centres de masse respectifs \mathbf{G}_1 et \mathbf{G}_3 de rayons respectifs R_{p1} et R_{p3} et de masses respectives \mathbf{M}_1 et \mathbf{M}_3 et d'axe \vec{x}_0 .

Travail demandé :

- A.3.1-** Calculer la matrice d'inertie du plateau **1** / \mathfrak{R}_0 au point \mathbf{G}_1 .
- A.3.2-** Dédire la matrice d'inertie du plateau **3** / \mathfrak{R}_0 au point \mathbf{G}_3 .
- A.3.3-** Physiquement, que signifie la cinétique d'un solide dans son mouvement ?
- A.3.4-** Déterminer le torseur cinétique $\left\{ \sigma_{1/\mathfrak{R}_0} \right\}_{G_1}$.
- A.3.5-** Trouver le torseur cinétique $\left\{ \sigma_{3/\mathfrak{R}_0} \right\}_{G_3}$.

- A.3.6-** Déterminer le torseur dynamique $\left\{ \delta_{1/\mathfrak{R}_0} \right\}_{G_1}$.
- A.3.7-** Trouver le torseur dynamique $\left\{ \delta_{3/\mathfrak{R}_0} \right\}_{G_3}$.
- A.3.8-** En se référant à la partie statique, appliquer le PFD et déterminer \vec{C}_m en fonction de \vec{C}_r et des données du problème.
- A.3.9-** Calculer l'énergie cinétique du plateau 1.
- A.3.10-** En déduire la puissance requise du moteur pour faire fonctionner le variateur.

On rappelle :

La matrice d'inertie d'un solide S par rapport à un repère $\mathfrak{R}(O, \bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$ au point O par :

$$[I_O(S)] = \begin{bmatrix} A & -F & -E \\ -F & B & -D \\ -E & -D & C \end{bmatrix}_{\mathfrak{R}}$$

$A = \iiint (y^2 + z^2) dm$: Moment d'inertie de S par rapport à l'axe X

$B = \iiint (x^2 + z^2) dm$: Moment d'inertie de S par rapport à l'axe Y

$C = \iiint (x^2 + y^2) dm$: Moment d'inertie de S par rapport à l'axe Z

$D = \iiint (y.z) dm$: Produit d'inertie de S par rapport au plan (Y, Z)

$E = \iiint (x.z) dm$: Produit d'inertie de S par rapport au plan (X, Z)

$F = \iiint (x.y) dm$: Produit d'inertie de S par rapport au plan (X, Y)

Partie B

MECANIQUE DES MILIEUX DEFORMABLES

Etude du comportement mécanique d'une bielle

B.1 Analyse de contrainte et détermination des efforts de forgeage d'une bielle

On souhaite déterminer dans cette partie des efforts approximatifs nécessaires lors d'une opération de forgeage par refoulement d'une tête de bielle de pompe.

Pour cela on adopte une modélisation simple représentée par la **figure 1** où le corps de bielle n'est pas pris en considération. Cette modélisation représente le procédé de forgeage de la tête de bielle. La bielle modélisée par un cylindre initialement de diamètre $2r_0$ et de hauteur h_0 , sera écrasée entre deux blocs indéformables (B1 et B2). Le bloc B1 est fixe et le bloc B2 subit une translation verticale (selon $-\vec{z}$). A la fin de l'opération de forgeage on suppose que le cylindre garde sa forme, son diamètre et sa hauteur passent respectivement à $2r_1$ et h_1 . Afin d'estimer les contraintes, on propose de procéder par la méthode de tranches (Figure2).

On suppose qu'on refoule un cylindre dont les caractéristiques sont :

	diamètre	hauteur
Initiales	$2r_0$	h_0
Actuelles	$2a$	h
Finales	$2r_1$	h_1

Pour cette étude, vu la symétrie de révolution du problème, on adopte les coordonnées cylindriques : Repère $(O; \vec{u}, \vec{v}, \vec{z})$ (**Figure 2**).

Vu la symétrie du chargement axial uniforme, on peut considérer que ce repère est principal de contraintes. En un point M de la matière (non situé sur les surfaces $z=0$ ou $z=h$), où l'effet de bord est négligeable, le tenseur de contrainte $\bar{\bar{\sigma}}$ s'écrit sous la forme suivante :

$$\bar{\bar{\sigma}} = \begin{bmatrix} \sigma_r & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_\theta & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_z \end{bmatrix}$$

Le matériau est supposé parfaitement plastique, et son comportement obéit au critère de Von Mises.

Au contact B1/bielle et B2/bielle (au niveau des plans $z=0$ et $z=h$), il y a du frottement qui introduit une contrainte tangentielle τ qui tend à s'opposer à l'écoulement de la matière.

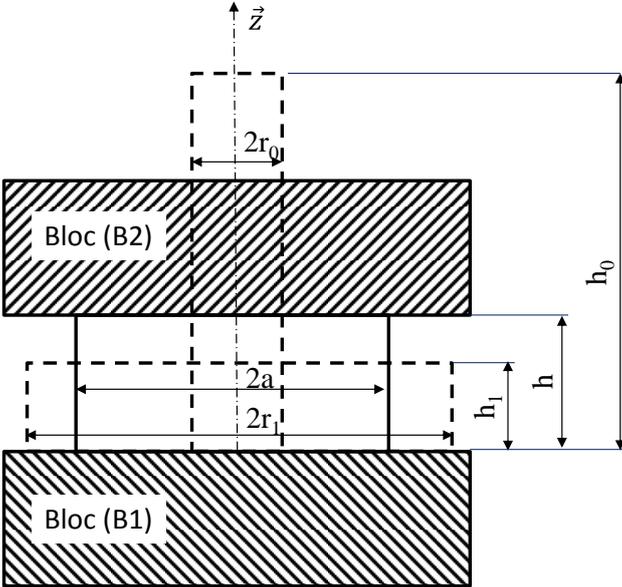


Figure 1 : Modélisation du refoulement de la tête de bielle.

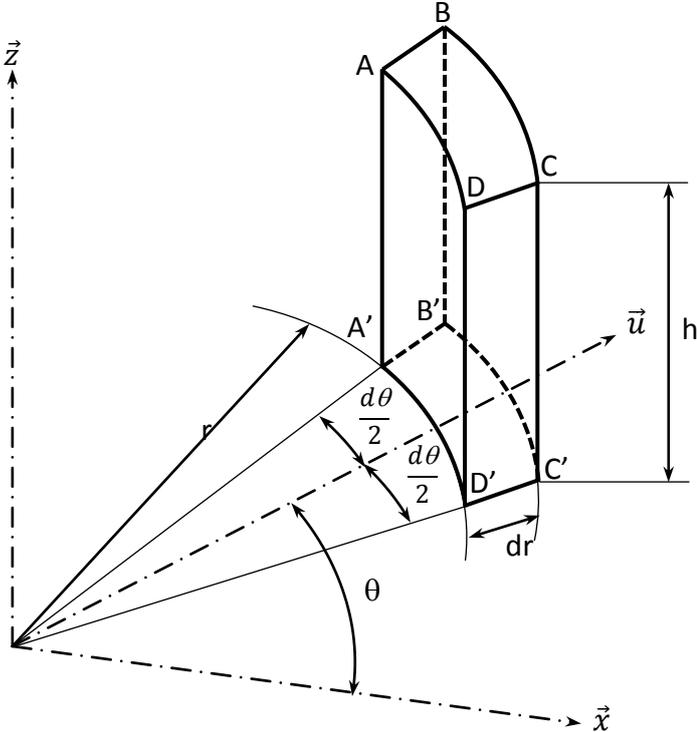


Figure 2 : Tranche de la tête de bielle à isoler.

Travail demandé :

B.1.1- On isole une tranche d'angle $d\theta$, d'épaisseur dr , de rayon intérieur r et de longueur h (**Figure2**). Faire le bilan des efforts s'appuyant sur chacune des six faces dont les sommets sont repérés par les points A, B, C, D, A', B', C' et D'.

B.1.2- Ecrire les équations d'équilibre de cette tranche en faisant la somme des actions mécaniques sur les six faces de la tranche.

B.1.3- Faire un développement au premier ordre de l'équation d'équilibre projetée sur \vec{u} et montrer qu'elle s'écrit sous la forme suivante :

$$(\sigma_r \cdot dr + r \cdot d\sigma_r) - \sigma_\theta \cdot dr \cdot h - 2\tau \cdot r \cdot dr = 0$$

B.1.4- En considérant l'hypothèse de plasticité totale, c'est-à-dire $\sigma_r = \sigma_\theta$, en déduire l'équation d'équilibre vérifiée par σ_r .

B.1.5- On suppose que le frottement au niveau du contact B1/bielle et B2/bielle (au niveau des plans $z=0$ et $z=h$), est régi par le modèle de Tresca : $\tau = m \tau_s$.

τ_s : Contrainte limite de plasticité en cisaillement du matériau de la bielle.

m : Coefficient de Tresca.

Réécrire l'équation différentielle vérifiée par σ_r .

B.1.6- En intégrant l'équation différentielle, et en considérant que la surface $r=a$ est libre de contrainte, montrer que σ_r s'écrit comme suit :

$$\sigma_r = \frac{2m}{h} \tau_s (r - a)$$

B.1.7- Montrer que le critère de Von Mises peut s'écrire dans notre cas comme suit :

$$(\sigma_r - \sigma_z)^2 = \sigma_s^2$$

Où σ_s est la contrainte de plasticité en traction du matériau de la bielle.

On rappelle :

Critère de Von Mises :

$$\sigma_s = \left(\frac{3}{2} \bar{\sigma}_D : \bar{\sigma}_D \right)^{\frac{1}{2}}$$

$\bar{\sigma}_D$: Déviateur des contraintes au point M

$$\bar{\sigma}_D = \bar{\sigma} - \frac{1}{3} \text{Trace}(\bar{\sigma}) \bar{\mathbb{1}} \quad (\bar{\mathbb{1}} \text{ Tenseur identité})$$

B.1.8- En tenant compte de l'ordre des déformations principales, déduire que :

$$\sigma_z = \sigma_r - \sigma_s$$

B.1.9- Dans le cas d'un matériau qui obéit au critère de Von Mises, montrer que :

$$\tau_s = \frac{\sigma_s}{\sqrt{3}}$$

NB : Pour ce faire, on considère un état de cisaillement pur et on évalue le déviateur équivalent.

B.1.10- En utilisant les relations obtenues aux questions **B.1.6-**, **B.1.8-** et **B.1.9-**, déduire l'expression de σ_z en fonction de r , a , h et σ_s .

B.1.11- En tenant compte de l'incompressibilité du matériau, exprimer l'effort nécessaire pour écraser la tête de bielle jusqu'au rayon a en fonction de m , h_0 , σ_s , a et r_0 .

B.1.12- Analyser l'évolution en fonction de a de cet effort au cours d'une opération de refoulement (pour $r_0 \leq a \leq r_1$).

B.2 Analyse de contraintes et de déformations dans une bague frettée de la tête de bielle

L'objectif de cette partie est de déterminer les champs de contraintes et de déplacements dans une bague frettée. La bague en bronze frettée est modélisée par un disque creux (d'axe z), de faible épaisseur (selon z) de rayon intérieur r_i et de rayon extérieure r_e , soumis à une pression uniforme P_{ext} sur **toute** la surface latérale extérieure. Toutes les autres surfaces sont libres de contraintes (Figure 3). On néglige les forces de volume et d'inertie. Le matériau constituant la bague est supposé élastique, linéaire et isotrope obéissant à la loi de Hooke.

Compte tenu de la faible épaisseur et de la symétrie de révolution, on cherche une solution du problème d'équilibre en faisant les hypothèses suivantes :

- L'état de contrainte est plan et seules les composantes σ_{rr} et $\sigma_{\theta\theta}$ sont non nulles.
- L'état de contrainte ne dépend que de r (par symétrie de révolution), r étant le rayon vecteur du point matériel ($r_i \leq r \leq r_e$)
- La déformation en épaisseur ε_{zz} est supposée constante pour une P_{ext} donnée ($\varepsilon_{zz} = C$).

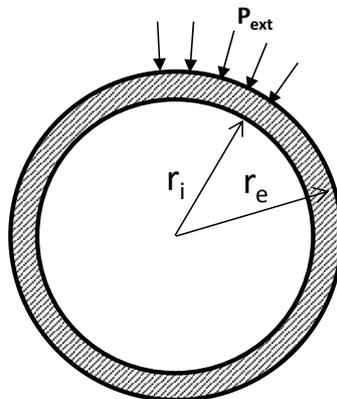


Figure 3 : Géométrie et chargement appliqué à la bague sous pression extérieure.

Travail demandé :

B.2.1- Montrer que $\varepsilon_{zz} = k(\varepsilon_{rr} + \varepsilon_{\theta\theta})$, k étant une constante dépendant des coefficients élastiques. Déterminer k . En déduire $\sigma_{rr} + \sigma_{\theta\theta}$ en fonction de C et des coefficients d'élasticité. Montrer que la composante u_z du vecteur déplacement est linéaire en z .

B.2.2- Ecrire $(\varepsilon_{rr} + \varepsilon_{\theta\theta})$ en fonction des composantes du vecteur déplacement. En déduire que la composante radiale u_r du vecteur déplacement est sous la forme :

$$u_r = \left(\frac{C}{2k}\right)r + \frac{C'}{r} \quad C' : \text{est une constante}$$

B.2.3- Déterminer σ_{rr} et $\sigma_{\theta\theta}$ en fonction de C , C' , r et les constantes d'élasticité. Vérifier les équations d'équilibre.

B.2.4- A partir des conditions aux limites, déterminer C et C' . En déduire les valeurs de σ_{rr} , $\sigma_{\theta\theta}$, u_r , et u_z .

B.2.5- On suppose que le matériau constituant la bague obéit au critère de Von Mises. Déterminer la pression limite $P_{\text{ext.lim}}$ permettant d'avoir la première plastification en fonction de la limite d'élasticité du matériau σ_e , et des rayons r_i et r_e .

On rappelle les relations suivantes en coordonnées cylindriques :

- Relations contraintes - déformations pour un solide élastique linéaire, isotherme, homogène et isotrope (loi de Hooke) :

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1 + \nu}{E} \sigma_{ij} - \frac{\nu}{E} \sigma_{kk} \delta_{ij} \quad \text{avec: } \sigma_{kk} = \sigma_{rr} + \sigma_{\theta\theta} + \sigma_{zz}$$

$$\sigma_{ij} = \frac{E}{1 + \nu} \left(\varepsilon_{ij} + \frac{\nu}{1 - 2\nu} \varepsilon_{kk} \delta_{ij} \right) \quad \text{avec: } \varepsilon_{kk} = \varepsilon_{rr} + \varepsilon_{\theta\theta} + \varepsilon_{zz} \text{ et}$$

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si } i = j \\ 0 & \text{si } i \neq j \end{cases}$$

$i, j = r, \theta, z$

E et ν sont respectivement le module d'Young et le coefficient de Poisson du matériau.

- Relations déformations - déplacements en petites déformations:

$$\varepsilon_{rr} = \frac{\partial u_r}{\partial r}, \quad \varepsilon_{\theta\theta} = \frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{u_r}{r}, \quad \varepsilon_{zz} = \frac{\partial u_z}{\partial z}$$

$$\varepsilon_{r\theta} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_\theta}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} - \frac{u_\theta}{r} \right), \quad \varepsilon_{\theta z} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_\theta}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_z}{\partial \theta} \right), \quad \varepsilon_{rz} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_r}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial r} \right)$$

Où u_r, u_θ et u_z sont respectivement les composantes radiale, circonférentielle et axiale du vecteur déplacement.

- Equations d'équilibre sans forces de volume et forces d'inertie:

$$\frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{r\theta}}{\partial \theta} + \frac{\partial \sigma_{rz}}{\partial z} + \frac{\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta}}{r} = 0$$

$$\frac{\partial \sigma_{r\theta}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{\theta\theta}}{\partial \theta} + \frac{\partial \sigma_{\theta z}}{\partial z} + 2 \frac{\sigma_{r\theta}}{r} = 0$$

$$\frac{\partial \sigma_{rz}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{\theta z}}{\partial \theta} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} + \frac{\sigma_{rz}}{r} = 0$$

- Contrainte équivalente de Von Mises σ_s :

$$\sigma_s = \left(\frac{3}{2} \bar{\sigma}_D : \bar{\sigma}_D \right)^{\frac{1}{2}} \quad \text{avec: } \bar{\sigma}_D = \bar{\sigma} - \frac{1}{3} \text{tr}(\bar{\sigma}) \bar{\mathbf{1}}$$

B.3 Vérification de la déformée et de la vibration de la bielle au cours de l'usinage

Afin de satisfaire les spécifications dimensionnelles et de rugosité, la bielle est entièrement reprise en usinage. L'opération d'usinage est réalisée sur un tour parallèle. On souhaite vérifier dans cette partie que la déformation de la pièce au cours de cette opération n'est pas préjudiciable au respect de la spécification dimensionnelle au niveau du corps de bielle.

Pour déterminer la déformée de la bielle au cours de l'usinage, on adopte la modélisation présentée par la **Figure 4** où la charge est appliquée au milieu de la bielle :

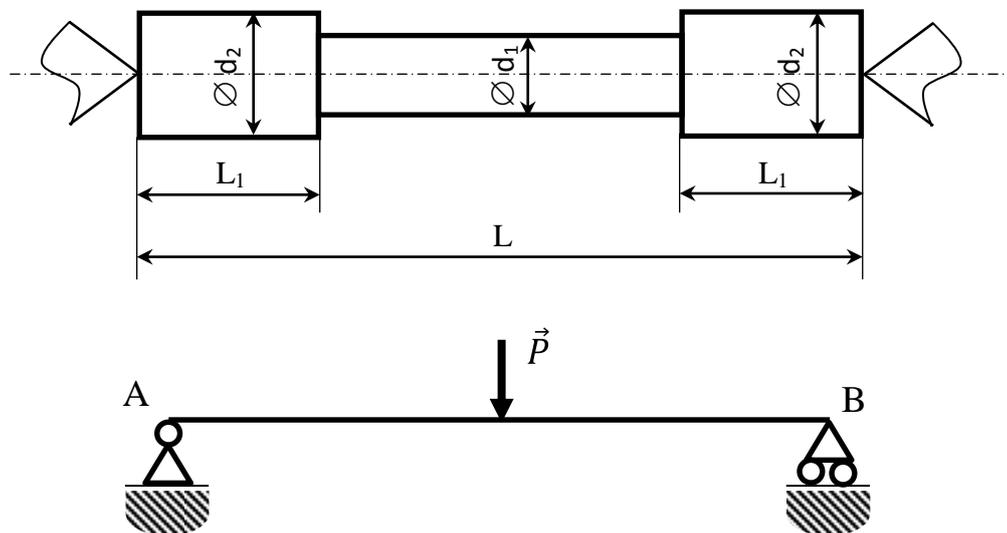


Figure 4 : Modélisation de la bielle pour déterminer sa déformation en usinage.

Travail demandé :

- B.3.1-** Justifier le choix des conditions aux limites et sollicitations de ce modèle ainsi que le choix de l'emplacement du chargement.
- B.3.2-** Déterminer la répartition des efforts intérieurs (efforts tranchants et moments de flexion) et tracer leurs diagrammes.
- B.3.3-** Déterminer, par une méthode de votre choix, la flèche maximale produite sous l'effet de la charge \vec{P} , en fonction des caractéristiques géométriques et mécaniques de la bielle élastique linéaire.

B.3.4- Application numérique : calculer la flèche maximale.

$$L = 200\text{mm}, \quad L_1 = 50\text{mm}, \quad d_1 = 12\text{mm}, \quad d_2 = 20\text{mm},$$

$$P = 200\text{N}, \quad E = 2.10^5\text{MPa}$$

B.3.5- Décrire qualitativement (par un schéma) la forme de la pièce après usinage. Quelle sera l'incidence dimensionnelle au niveau du diamètre du corps de bielle?

Au cours de l'usinage, des vibrations peuvent être à l'origine de mauvaise qualité de surface et de l'usure de l'outil. Afin de pallier ce problème on souhaite procéder à une étude vibratoire afin d'obtenir une bonne approximation de la fréquence fondamentale de flexion de la bielle.

Une première modélisation consiste à remplacer cette bielle par un système à un degré de liberté composé d'un ressort dont la raideur est celle de la flexion de la bielle au milieu et d'une masse ponctuelle équivalente comme étant une fraction de la masse totale de la bielle ($M_e = \mu \cdot M_T$). où M_T est la masse totale de la bielle dont la masse volumique est ρ .

B.3.6- Donner alors l'expression analytique de la fréquence de ce système en utilisant la formule de la flèche obtenue à la question **B.3.3-**.

Afin d'estimer avec précision cette fréquence à travers la détermination de μ on va utiliser la méthode de Rayleigh qui consiste à considérer une déformée respectant les conditions aux limites cinématiques et statiques et écrire qu'au cours de la vibration supposée harmonique le maximum de l'énergie cinétique est égal au maximum de l'énergie potentielle. On prendra donc :

$$x(z, t) = A \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot z}{L}\right) \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

On rappelle :

En flexion simple en négligeant l'inertie de rotation et le cisaillement, les énergies cinétique et potentielle s'écrivent comme suit :

$$E_c = \frac{1}{2} \int_0^L \rho \cdot S(z) \cdot \left(\frac{\partial x}{\partial t}\right)^2 dz$$

$$E_p = \frac{1}{2} \int_0^L E \cdot I_y(z) \cdot \left(\frac{\partial^2 x}{\partial z^2} \right)^2 dz$$

Où $S(z)$ et $I_y(z)$ sont respectivement l'aire et le moment quadratique de la section à l'abscisse z .

NB : Il faut remarquer la symétrie de la déformation sur la bielle afin de simplifier l'intégration.

- B.3.7-** Donner une approximation de la fréquence fondamentale de la bielle par la méthode de Rayleigh.
- B.3.8-** En écrivant l'égalité des fréquences obtenues par les deux méthodes proposées, déduire l'expression de μ .
- B.3.9-** Application numérique : on donne $\rho = 7850 \text{ kg/m}^3$ et $E = 200 \text{ GPa}$. Trouver alors les valeurs numériques de la fréquence f et la fraction μ .

Partie C

MECANIQUE DES FLUIDES

Etude d'un palier hydrostatatique intelligent

Mise en situation (figure1) :

Les machines tournantes à grandes vitesses sont les sièges de vibrations importantes. Lorsque les méthodes passives ne suffisent pas pour amortir les vibrations générées, on doit alors avoir recours à des techniques de contrôle des vibrations des rotors à l'aide de paliers intelligents.

La **figure 1** représente un schéma de principe d'un palier intelligent à quatre butées hydrostatatiques, alimentées par un fluide, conçu pour contrôler les vibrations de rotor engendrées par un balourd et/ou des forces transmises au palier.

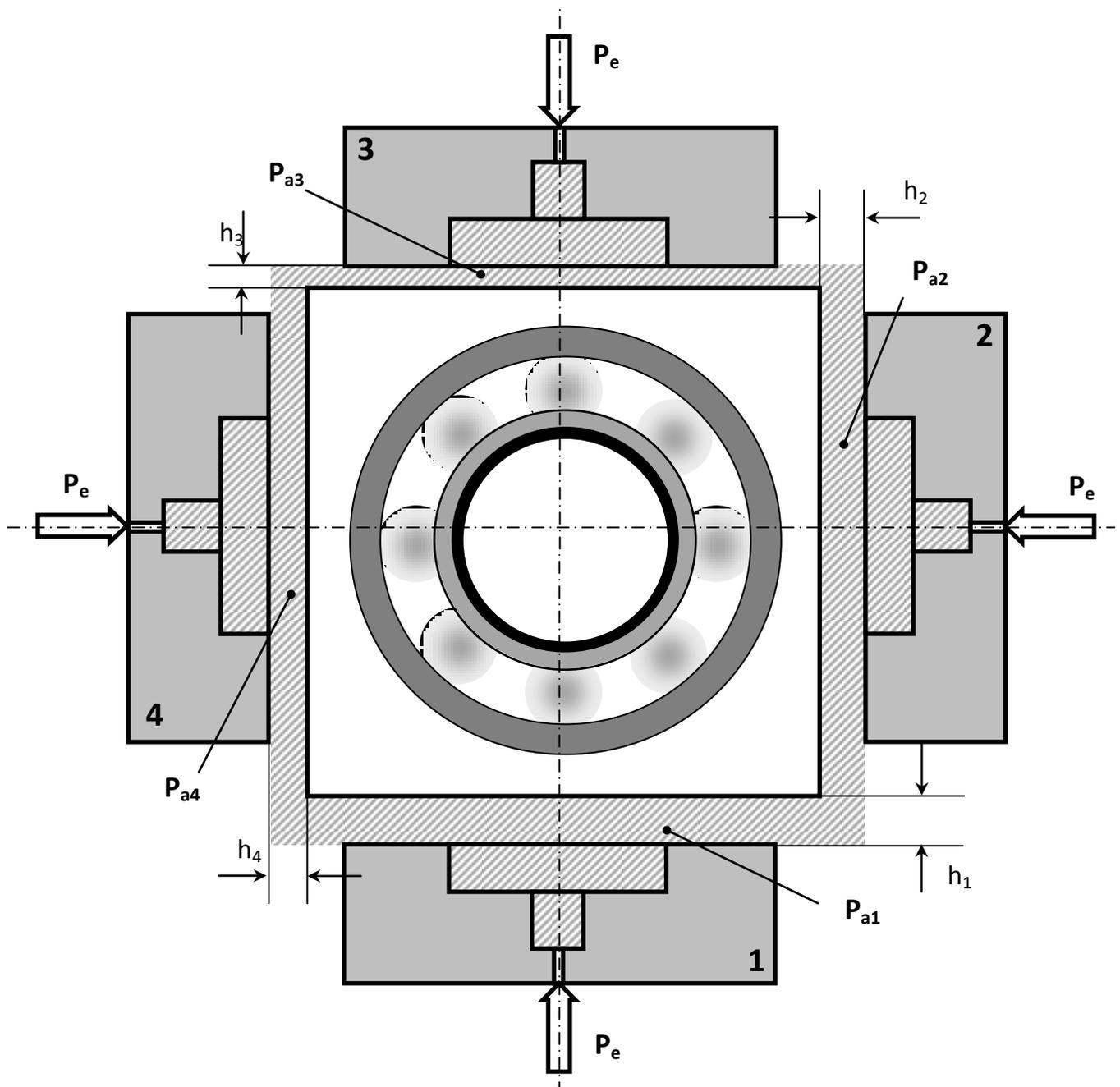


Figure 1 : Palier à patins intelligents

Partie C.1 (Figure 2) :

On se propose dans cette première partie d'exprimer le débit et la pression d'alimentation d'un seul patin.

On suppose le cas où le palier et le patin sont fixes et parallèles.

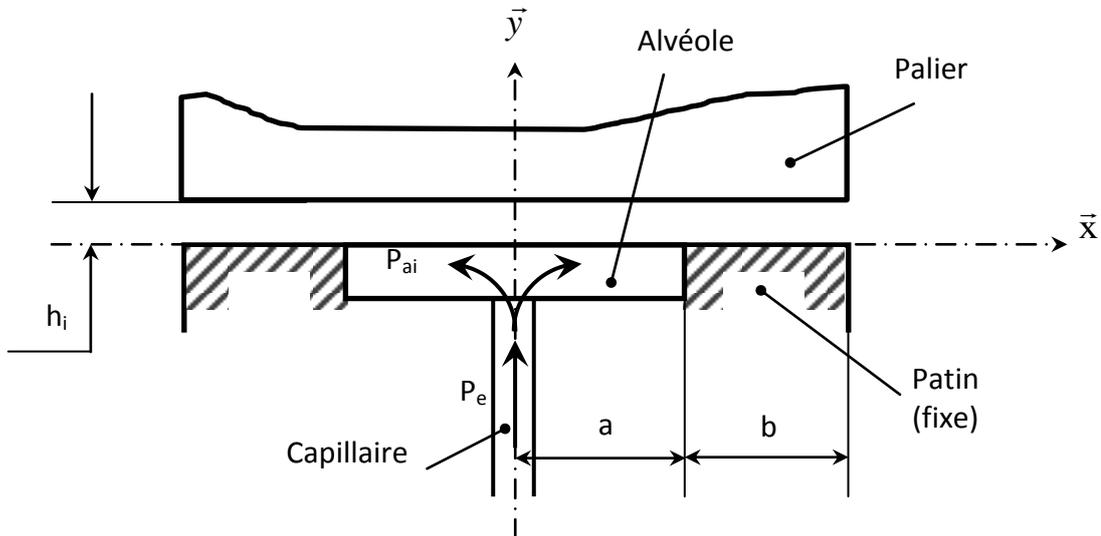


Figure 2 : Schéma d'un patin n°i

La vitesse du fluide est notée par : $\vec{U}(u, v, w)_{(x, y, z)}$ où $u(t, x, y, z)$; $v(t, x, y, z)$ et $w(t, x, y, z)$ sont ses composantes.

On considère les hypothèses suivantes :

- ✓ L'épaisseur du film du fluide est très faible par rapport aux autres dimensions, ce qui revient à négliger la variation de la pression dans la direction h_i ,
- ✓ les forces de volume, dues à la pesanteur sont négligeables devant les forces de pression,
- ✓ l'écoulement est laminaire et permanent,
- ✓ le lubrifiant obéit à la loi de Newton, sa viscosité est constante et il est incompressible,
- ✓ la composante de vitesse du fluide selon l'épaisseur du film est très faible devant

les autres composantes : $v(t, x, y, z) = \frac{dh}{dt} \lll u$ et $v(t, x, y, z) \lll w$

Travail demandé :

C.1.1. Simplifier les équations de Navier-Stokes en se basant sur les hypothèses proposées.

C.1.2. En tenant compte de l'équation de la continuité, $\text{div}\vec{U} = 0$, montrer que les équations sont de la forme :

$$\frac{\partial P}{\partial x} = \mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}; \quad \frac{\partial P}{\partial y} = 0; \quad \frac{\partial P}{\partial z} = \mu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}$$

C.1.3. Déterminer l'expression de la vitesse d'écoulement $\vec{U}(u, v, w)_{(x, y, z)}$, en fonction des conditions aux limites.

C.1.4. Exprimer l'équation de la continuité en fonction des expressions obtenues en **C.1.3.** pour un régime stationnaire.

C.1.5. Pour une assez grande longueur de guidage suivant l'axe (O, \vec{z}) , on considère que l'équation de la continuité mène à :

$$\frac{d^2 P}{dx^2} = 0,$$

Déterminer l'expression de la pression dans la zone (AB), pour $a \leq x \leq a+b$, sachant que la pression dans toute l'alvéole, de largeur a , est P_{ai} et qu'elle s'annule pour $x = a+b$

C.1.6. En déduire l'expression de la charge supportée par ce patin si la largeur du patin suivant l'axe (O, \vec{z}) est L .

C.1.7. Si l'expression de la vitesse suivant l'axe (O, \vec{x}) est :

$$u(y) = \frac{1}{2\mu} \left(\frac{dP}{dx} \right) y (y - h_i)$$

Calculer le débit de sortie Q_s , suivant l'axe (O, \vec{x}) , si la longueur suivant l'axe (O, \vec{z}) est L et la variation de la pression suivant l'axe (O, \vec{x})

$$\frac{dp}{dx} = -\frac{P_{ai}}{b}$$

C.1.8. L'alvéole est alimentée par un capillaire, de longueur l , avec un débit d'entrée Q_c et une pression d'entrée P_e telle que ;

$$Q_c = \pi R_c^2 \frac{1}{\mu l} (P_e - P_{ai})$$

R_c : Rayon du capillaire

l : Longueur du capillaire

P_e : Pression d'entrée

P_{ai} : Pression dans l'alvéole i

Donner la relation entre l'épaisseur du film d'huile et la pression d'entrée.

Partie C.2 : Figure 3

Selon le comportement géométrique du patin, ce dernier peut occuper une position inclinée d'un angle α très faible par rapport à l'horizontale **figure 3**.

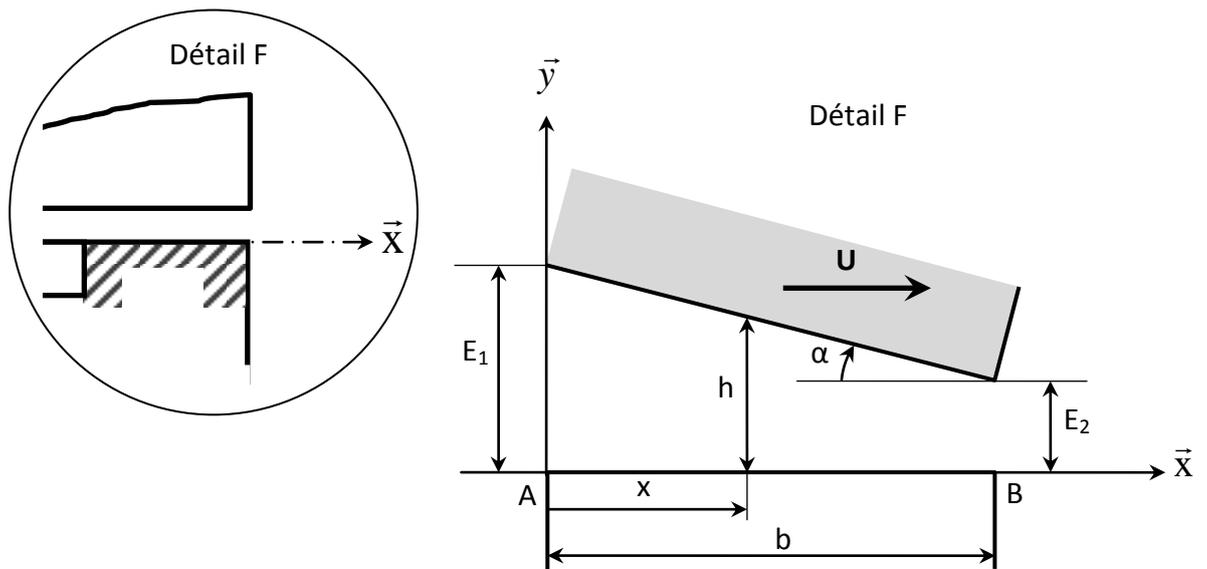


Figure 3 : Inclinaison du patin

Par son mouvement de translation à la vitesse U suivant l'axe (O, \vec{x}) , le palier entraîne du fluide, de viscosité μ (N.s/m²), dans l'espace convergent de hauteur h tel que $E_1 \leq h \leq E_2$, ce qui produit un champ de pression qui permet de créer une charge.

Il faut préciser que les épaisseurs de film d'huile E_1 , situé en A, et E_2 , situé en B, sont très petites, dans le cas général (de 0,005 à 0,1 mm), devant la largeur b du palier (de 10 à 500 mm) ce qui nous permet de négliger les fuites axiales.

Le cas étudié est considéré comme un problème plan.

Une étude préliminaire du gradient de pression a mené à :

$$\frac{dP}{dx} = 6\mu U \frac{h - h^*}{h^3}$$

Où h^* est une hauteur située à x^* et correspond à un gradient de pression nulle.

C.2.1. Vérifier que :

$$h = E_2 + (b - x)tg\alpha$$

C.2.2. Montrer que l'expression de la pression est de la forme :

$$P = \frac{6\mu U}{tg\alpha} \left(\frac{1}{h} - 2\frac{h^*}{h^2} + C_1 \right)$$

C.2.3. Si on considère que la pression à l'entrée qui correspond à $h=E_1(x=0)$ et celle de la sortie qui correspond à $h=E_2(x=b)$ sont nulles, déterminer les constantes h^* et C_1 .

C.2.4. Si on néglige le terme du second degré, commenter la variation de la pression si la hauteur h diminue.

C.2.5. Expliquer brièvement l'équilibrage angulaire du palier.

On rappelle :

Les équations de Navier-Stokes

$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + F_x + \mu \Delta u + \frac{1}{3} \mu \frac{\partial (\operatorname{div} \vec{U})}{\partial x}$$

$$\rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial y} + F_y + \mu \Delta v + \frac{1}{3} \mu \frac{\partial (\operatorname{div} \vec{U})}{\partial y}$$

$$\rho \left(\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial z} + F_z + \mu \Delta w + \frac{1}{3} \mu \frac{\partial (\operatorname{div} \vec{U})}{\partial z}$$

L'équation de la continuité

$$\operatorname{div} \vec{U} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}$$

L'opérateur mathématique « LAPLACIEN »

$$\Delta u_i = \frac{\partial^2 u_i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_i}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_i}{\partial z^2}$$

Partie D

Systemes linéaires - Asservissement

Commande d'un papillon motorisé

MISE EN SITUATION :

Sur un moteur à injection d'essence, la quantité injectée dépend principalement de la quantité d'air aspirée et donc de l'angle d'ouverture du papillon de gaz actionné par le câble d'accélérateur. Les exigences en termes de consommation, d'émissions polluantes et de sécurité nécessitent une adaptation du couple et de puissance très précis et en temps réel, ce que ne peut faire un système de commande par câble. Sur les moteurs modernes, cette gestion du couple et de puissance est réalisée par un **papillon motorisé**, entièrement géré par le calculateur en fonction des différentes contraintes qui lui sont imposées, soit en grande partie émanant du conducteur lui-même quand on appuie ou on relâche la **pédale d'accélérateur électrique**, soit des autres équipements : BVA, ESP, régulateur de vitesse, etc.



Figure 1. Boitier papillon motorisé

Le boitier papillon motorisé est constitué principalement des éléments suivants (Figure 2):

- Un moteur à courant continu, dont la fonction principale consiste, à partir de la tension d'alimentation u_m fournie par le calculateur, à produire une fréquence de rotation ω_m proportionnelle à u_m sur un plan statique.
- Un réducteur à engrenages, dont le rapport de réduction est défini par :
$$r = \omega_s / \omega_m = 0,05$$
- Le papillon qui tourne d'un angle θ_s .

- Un capteur de position papillon ayant un gain β_p .

Dans cette étude, la consigne est générée par la pédale d'accélérateur électrique, considérée comme un capteur de gain β_a .

La commande du système est réalisée par le calculateur moteur dont la chaîne directe est composée d'un comparateur et d'un régulateur à gain variable K_v agissant directement sur le moteur.

Le passage des gaz d'admission crée un couple résistant C_r s'opposant au couple moteur C_m .

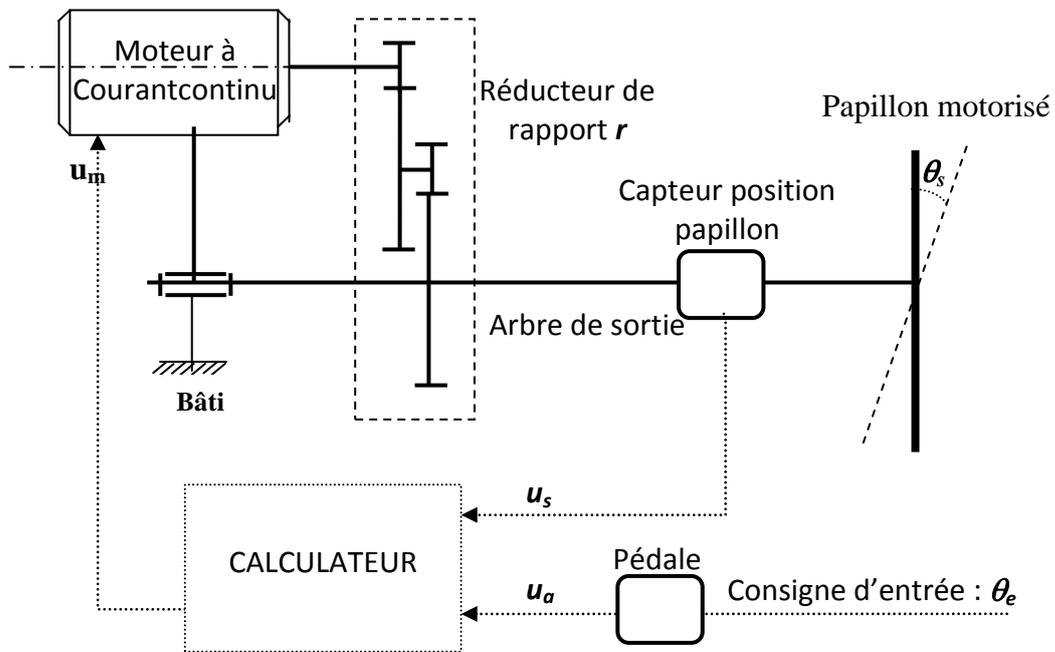
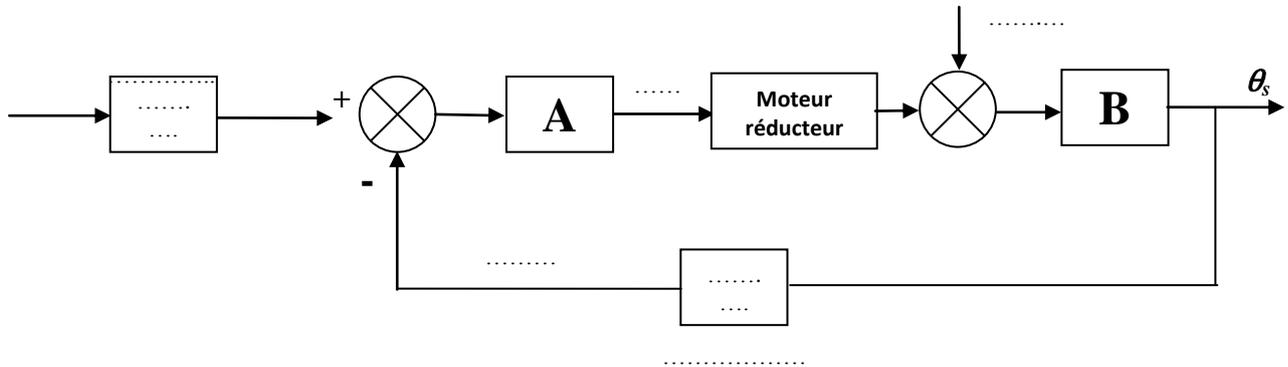


Figure 2 : Schéma de principe du boîtier papillon

D.1- Modélisation :

D.1.1- A partir de la mise en situation du système, compléter la représentation de ce processus par un **schéma structurel** selon la forme suivante. Indiquer les grandeurs informationnelles pour chaque bloc.



La modélisation de la commande de l'ensemble mécanique est obtenue en utilisant les équations différentielles suivantes, numérotées de 1 à 5 :

(1) $u_m(t) = e(t) + R i(t) + L \frac{di(t)}{dt}$: Equation électrique de l'induit.

(2) $C_m(t) - r C_r(t) = Jr^2 \frac{d\omega_m}{dt}(t) + f_m r^2 \omega_m(t)$: Equation mécanique du moteur.

(3) $C_m(t) = K_m i(t)$: Equation donnant la constante de couple.

(4) $e(t) = K_E \omega_m(t)$: Equation donnant la constante de f.e.m.

(5) $\omega_s(t) = \frac{d\theta_s(t)}{dt}$.

Dans lesquelles :

- u_m : Tension d'alimentation ;
- $e(t)$: force électromotrice ;
- $i(t)$: courant absorbé par le moteur ;
- R : résistance de l'induit ;
- L : inductance de l'induit ;
- $C_m(t)$: couple moteur ;
- $C_r(t)$: couple résistant de perturbation ;
- f_m : coefficient de frottement visqueux ;
- $\omega_m(t)$: vitesse angulaire du moteur ;
- K_m : constante de couple ;
- K_E : constante de f.e.m ;
- J : moment d'inertie de l'ensemble rapportée sur l'axe du moteur ;
- r : rapport de réduction du réducteur

D.1.2- Exprimer ces équations différentielles dans le domaine de LAPLACE en considérant que les conditions initiales sont nulles.

D.2- Etude du système en boucle ouverte

D.2.1- Etablir le schéma fonctionnel du système en boucle ouverte; la grandeur d'entrée est la tension d'alimentation U_m , la grandeur de sortie l'angle ϑ_s et la grandeur de perturbation le couple C_r .

D.2.2- Sachant que f_m et L sont négligeables, simplifier le schéma fonctionnel.

D.2.3- Pour le reste de l'étude, on néglige la perturbation des gaz d'admission : $C_r=0$, déterminer la fonction de transfert : $G(p) = \frac{\theta_s(p)}{U_m(p)}$.

D.2.4- Préciser l'ordre et déterminer les pôles de la fonction de transfert de $G(p)$

On donne : $R=1$ ohm, $J=1,2 \cdot 10^{-4}$ Kg.m² ; $KE=0,1$ V/rd/s ; $Km=0,1$ N.m/A

D.3- Etude des performances du système en boucle fermée

D.3.1- On considère le système en boucle fermée de la figure 3. Etablir la fonction de transfert en boucle fermée du système : $H(p) = \frac{\theta_s(p)}{U_a(p)}$.

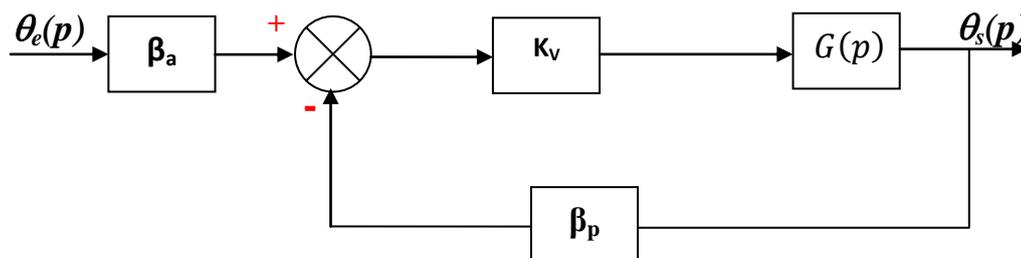


Figure 3. Système en boucle fermée

D.3.2- Mettre cette fonction sous sa forme canonique et déterminer ses paramètres en fonction de K_v . On donne : $\beta_p = 0.02$ [V/rad]

D.3.3- Etudier la stabilité de ce système et déterminer les valeurs de K_v pour que le système soit stable.

On veut déplacer le papillon d'une valeur angulaire de consigne de 20° par une excitation en échelon de position.

- D.3.4-** Calculer K_v pour que le temps de réponse à 5% soit minimal.
- D.3.5-** Calculer la position du papillon en régime permanent et en déduire l'erreur statique sachant que le gain de la pédale d'accélérateur est $\beta_a = 0,02$ [V/rad].
- D.3.6-** Déterminer le temps de réponse t_r du système dans ces conditions.

ANNEXE 1 :

Table de la transformée de LAPLACE et de la transformée en Z

Transformée de Laplace	Fonctions temporelles	Transformée en z
$\frac{1}{p}$	<i>Echelon de heaviside</i> $u(t)$	$\frac{z}{z-1}$
$\frac{1}{p^2}$	<i>Rampe</i> $t \cdot u(t)$	$\frac{z \cdot Te}{(z-1)^2}$
$\frac{1}{p+a}$	$e^{(-at)} u(t)$	$\frac{z}{z-e^{-aTe}}$
$\frac{1}{(p+a)^2}$	$t \cdot e^{(-at)} u(t)$	$\frac{z \cdot Te \cdot e^{-aTe}}{(z-e^{-aTe})^2}$
$\frac{1}{(p+a)^3}$	$\frac{t^2}{2} \cdot e^{-at} \cdot u(t)$	$\frac{Te^2 e^{-aTe} \cdot z}{2(z-e^{-aTe})^2} + \frac{Te^2 e^{-2aTe} \cdot z}{(z-e^{-aTe})^3}$
$\frac{a}{p \cdot (p+a)}$	$(1 - e^{(-at)}) \cdot u(t)$	$\frac{(1 - e^{-a \cdot Te}) \cdot z}{(z-1) \cdot (z - e^{-a \cdot Te})}$
$\frac{b-a}{(p+a) \cdot (p+b)}$	$(e^{-a \cdot t} - e^{-b \cdot t}) \cdot u(t)$	$\frac{z}{z - e^{-a \cdot Te}} - \frac{z}{z - e^{-b \cdot Te}}$
$\frac{a \cdot b}{p \cdot (p+a) \cdot (p+b)}$	$(1 + \frac{b}{a-b} e^{-a \cdot t} - \frac{a}{a-b} e^{-b \cdot t}) \cdot u(t)$	$\frac{z}{z-1} + \frac{b \cdot z}{(a-b) \cdot (z - e^{-a \cdot Te})} - \frac{a \cdot z}{(a-b) \cdot (z - e^{-b \cdot Te})}$

Te : période d'échantillonnage

ANNEXE 2

Critère de Routh

$$D(p) = a_0 + a_1p + a_2p^2 + \dots + a_np^n$$

- Le critère de Routh permet de vérifier si les racines d'un polynôme sont à parties réelles négatives.
- Pour que $D(p)$ ait ses racines à parties réelles négatives, il faut et il suffit que les conditions suivantes soient vérifiées:
 - tous les coefficients de $D(p)$ sont de même signe,
 - les $(n+1)$ termes de la première colonne du tableau de Routh sont de même signe.

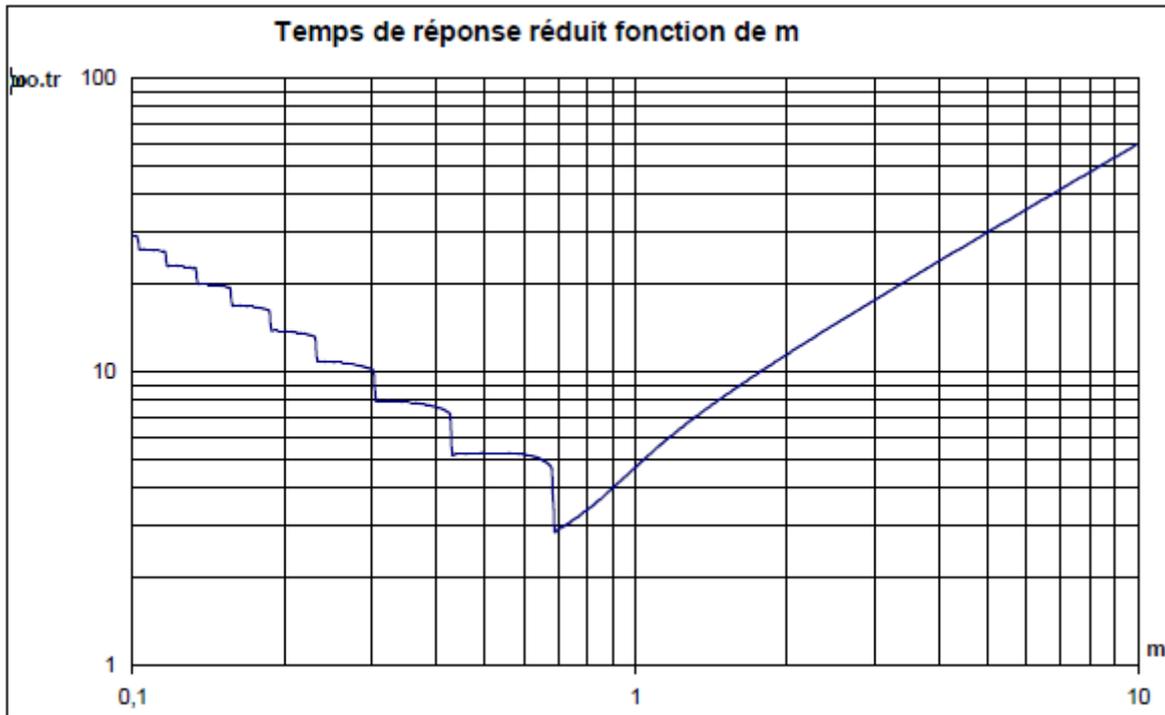
N° ligne				
1	a_n	a_{n-2}	a_{n-4}
2	a_{n-1}	a_{n-3}	a_{n-5}
3	b_0	b_1	b_2	
4	c_0	c_1	...	
:				
:				
(2n-3)	f_0			

$$b_0 = \frac{a_{n-1}a_{n-2} - a_n a_{n-3}}{a_{n-1}}$$

$$b_1 = \frac{a_{n-1}a_{n-4} - a_n a_{n-5}}{a_{n-1}}$$

$$c_0 = \frac{b_0 a_{n-3} - a_{n-1} b_1}{b_0}$$

ANNEXE 3



$$H(p) = \frac{K \cdot \omega_0^2}{p^2 + 2 \cdot m \cdot \omega_0 \cdot p + \omega_0^2}$$

CORRECTION PARTIE (A)

Mécanique des systèmes des solides rigides

A.1 Partie statique

A.1.1

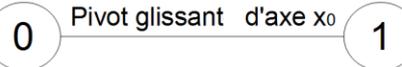
- La liaison en A est une liaison linéaire annulaire d'axe \vec{x}_0 , son torseur des efforts transmissibles s'écrit sous la forme :

$$\left\{ \tau \begin{array}{c} \longrightarrow \\ A_{0/1} \end{array} \right\}_A = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ Y_A & 0 \\ Z_A & 0 \end{pmatrix}_{R_0}$$

- La liaison en B est une liaison linéaire annulaire d'axe \vec{x}_0 , son torseur des efforts transmissibles s'écrit sous la forme :

$$\left\{ \tau \begin{array}{c} \longrightarrow \\ B_{0/1} \end{array} \right\}_B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ Y_B & 0 \\ Z_B & 0 \end{pmatrix}_{R_0}$$

- La liaison entre le bâti et l'arbre moteur est réalisée par deux liaisons linéaires annulaires disposées en parallèle comme le montre le graphe de liaison suivant et son torseur des efforts transmissibles au point A s'écrit sous la forme :

Graphe de liaison	Torseur des efforts transmissibles
<div style="text-align: center;"> <p>Linéaire annulaire (A, x_0)</p>  <p>Linéaire annulaire (B, x_0)</p> </div> <div style="text-align: center; margin-top: 20px;"> <p>Pivot glissant d'axe x_0</p>  </div>	$\left\{ \tau \begin{array}{c} \longrightarrow \\ Equi_{0/1} \end{array} \right\}_A = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ Y_A + Y_B & -d_1 \cdot Z_B \\ Z_A + Z_B & d_1 \cdot Y_B \end{pmatrix}_{R_0}$

A.1.2

- La liaison en F est une liaison rotule de centre F, son torseur des efforts transmissibles s'écrit sous la forme :

$$\left\{ \tau \begin{array}{c} \longrightarrow \\ F_{0/3} \end{array} \right\}_F = \begin{pmatrix} X_F & 0 \\ Y_F & 0 \\ Z_F & 0 \end{pmatrix}_{R_0}$$

- La liaison en G est une liaison linéaire annulaire d'axe \vec{x}_0 , son torseur des efforts transmissibles s'écrit sous la forme :

$$\left\{ \tau \begin{array}{c} \longrightarrow \\ G_{0/3} \end{array} \right\}_G = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ Y_G & 0 \\ Z_G & 0 \end{pmatrix}_{R_0}$$

- Démonstration

$$\left\{ \tau \begin{array}{c} \longrightarrow \\ \text{équi } 0/3 \end{array} \right\}_F = \left\{ \tau \begin{array}{c} \longrightarrow \\ F_{0/3} \end{array} \right\}_F + \left\{ \tau \begin{array}{c} \longrightarrow \\ G_{0/3} \end{array} \right\}_F$$

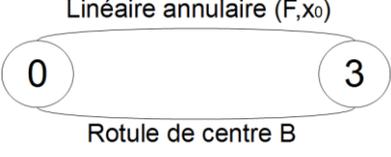
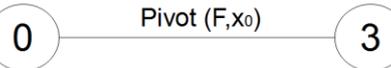
Exprimons le torseur des efforts transmissibles de la liaison linéaire au point F

$$\left\{ \tau \begin{array}{c} \longrightarrow \\ G_{0/3} \end{array} \right\}_F = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ Y_G & -d_3 \cdot Z_G \\ Z_G & d_3 \cdot Y_G \end{pmatrix}_{R_0}$$

Le torseur des efforts transmissibles de la liaison équivalente est de la forme

$$\left\{ \tau \begin{array}{c} \longrightarrow \\ \text{équi } 0/3 \end{array} \right\}_F = \begin{pmatrix} X_F & 0 \\ Y_F + Y_G & -d_3 \cdot Z_G \\ Z_F + Z_G & d_3 \cdot Y_G \end{pmatrix}_{R_0}$$

- La liaison entre le bâti et l'arbre moteur est réalisée par deux liaisons, une liaison linéaire annulaire et une rotule disposées en parallèle comme le montre le graphe de liaison suivant et son torseur des efforts transmissibles au point A s'écrit sous la forme :

Graphe de liaison	Torseur des efforts transmissibles
<p>Linéaire annulaire (F,x₀)</p>  <p>Rotule de centre B</p>  <p>Pivot (F,x₀)</p>	$\left\{ \tau \begin{array}{c} \longrightarrow \\ \text{équi } 0/3 \end{array} \right\}_F = \begin{pmatrix} X_F & 0 \\ Y_F + Y_G & -d_3 \cdot Z_G \\ Z_F + Z_G & d_3 \cdot Y_G \end{pmatrix}_{R_0}$

A.1.3- Détermination des torseurs en fonction du couple moteur

Pour déterminer les composants des torseurs des efforts transmissibles, on devrait étudier l'équilibre de l'arbre moteur (1)

- Isolons l'arbre moteur et le plateau moteur (1)
- Bilan des actions mécaniques
 - Action du moteur
 - Action du bâti (0) sur l'arbre moteur (1) en A
 - Action du bâti (0) sur l'arbre moteur (1) en B
 - Action du ressort (4) sur le plateau moteur (1) en C
 - Action du galet (2) sur le plateau moteur (1) en D

- Inventaire des actions mécaniques

$$\circ \left\{ \tau \xrightarrow{A \text{ moteur } /1} \right\}_A = \begin{pmatrix} 0 & C_m \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}_{R_0}$$

$$\circ \left\{ \tau \xrightarrow{A \text{ 0/1}} \right\}_A = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ Y_A & 0 \\ Z_A & 0 \end{pmatrix}_{R_0}$$

$$\circ \left\{ \tau \xrightarrow{B \text{ 0/1}} \right\}_B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ Y_B & 0 \\ Z_B & 0 \end{pmatrix}_{R_0}$$

$$\circ \left\{ \tau \xrightarrow{C \text{ 4/1}} \right\}_C = \begin{pmatrix} X_C & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}_{R_0}$$

$$\circ \left\{ \tau \xrightarrow{D \text{ 2/1}} \right\}_D = \begin{pmatrix} -X_D & 0 \\ 0 & 0 \\ -f \cdot X_D & 0 \end{pmatrix}_{R_0}$$

- Principe fondamentale de la statique

$$\sum \left\{ \tau \xrightarrow{F \text{ ext } /1} \right\}_A = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}_{R_0}$$

Exprimons tous les torseurs au point A

$$\circ \left\{ \tau \xrightarrow{A \text{ moteur } /1} \right\}_A = \begin{pmatrix} 0 & C_m \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}_{R_0}$$

$$\begin{aligned}
\circ \left\{ \tau \overrightarrow{\quad} \right\}_{A \ 0/1} &= \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ Y_A & 0 \\ Z_A & 0 \end{pmatrix}_{R_0} \\
\circ \left\{ \tau \overrightarrow{\quad} \right\}_{B \ 0/1} &= \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ Y_B & -d_1 \cdot Z_B \\ Z_B & d_1 \cdot Y_B \end{pmatrix}_{R_0} \\
\circ \left\{ \tau \overrightarrow{\quad} \right\}_{C \ 4/1} &= \begin{pmatrix} X_C & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}_{R_0} \\
\circ \left\{ \tau \overrightarrow{\quad} \right\}_{D \ 2/1} &= \begin{pmatrix} -X_D & -R_1 \cdot f \cdot X_D \\ 0 & (L_1 + d_1) \cdot f \cdot X_D \\ -f \cdot X_D & R_1 \cdot X_D \end{pmatrix}_{R_0}
\end{aligned}$$

$$\begin{cases}
R \cdot \overrightarrow{x_0} = X_C - X_D = 0 \\
R \cdot \overrightarrow{y_0} = Y_A + Y_B = 0 \\
R \cdot \overrightarrow{z_0} = Z_A + Z_B - f \cdot X_D = 0 \\
\overline{M}_A \cdot \overrightarrow{x_0} = C_m - R_1 \cdot f \cdot X_D = 0 \\
\overline{M}_A \cdot \overrightarrow{y_0} = -d_1 \cdot Z_B + (L_1 + d_1) \cdot f \cdot X_D = 0 \\
\overline{M}_A \cdot \overrightarrow{z_0} = d_1 \cdot Y_B + R_1 \cdot X_D = 0
\end{cases}$$

D'où les composants des torseurs des efforts transmissibles :

$$\begin{aligned}
\circ \left\{ \tau \overrightarrow{\quad} \right\}_{A \ 0/1} &= \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ \frac{C_m}{d_1 \cdot f} & 0 \\ \frac{C_m}{R_1} \cdot \left(\frac{L_1 + d_1}{d_1} - 1 \right) & 0 \end{pmatrix}_{R_0} \\
\circ \left\{ \tau \overrightarrow{\quad} \right\}_{B \ 0/1} &= \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -\frac{C_m}{f \cdot d_1} & 0 \\ \frac{C_m}{R_1} \cdot \left(\frac{L_1 + d_1}{d_1} \right) & 0 \end{pmatrix}_{R_0} \\
\circ \left\{ \tau \overrightarrow{\quad} \right\}_{C \ 4/1} &= \begin{pmatrix} \frac{C_m}{R_1 \cdot f} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}_{R_0} \\
\circ \left\{ \tau \overrightarrow{\quad} \right\}_{D \ 2/1} &= \begin{pmatrix} -\frac{C_m}{R_1 \cdot f} & 0 \\ 0 & 0 \\ -\frac{C_m}{R_1} & 0 \end{pmatrix}_{R_0}
\end{aligned}$$

A.1.4- Relation entre $\overrightarrow{D_{2/1}}$ et $\overrightarrow{E_{2/3}}$

- Isolons le galet (2) et le système de commande (5)
- Bilan des actions mécaniques
 - Action du plateau moteur (1) sur le galet (2) en D
 - Action du plateau (3) sur le galet (2) en E
- Le système est soumis à deux actions mécaniques dont ces actions sont de même valeur et strictement opposées.
- inventaires des actions mécaniques

$$\begin{aligned} \circ \left\{ \tau \xrightarrow{D_{1/2}} \right\}_D &= \begin{pmatrix} \frac{C_m}{R_1 \cdot f} & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{C_m}{R_1} & 0 \end{pmatrix}_{R_0} \\ \circ \left\{ \tau \xrightarrow{E_{3/2}} \right\}_E &= \begin{pmatrix} -\frac{C_m}{R_1 \cdot f} & 0 \\ 0 & 0 \\ -\frac{C_m}{R_1} & 0 \end{pmatrix}_{R_0} \end{aligned}$$

A.1.5- Détermination des torseurs en fonction du couple résistant

Pour déterminer les composants des torseurs des efforts transmissibles, on devrait étudier l'équilibre de l'arbre récepteur (3)

- Isolons l'arbre récepteur et le plateau récepteur (3)
- Bilan des actions mécaniques
 - Action du couple résistant
 - Action du bâti (0) sur l'arbre récepteur (3) en F
 - Action du bâti (0) sur l'arbre récepteur (3) en G
 - Action du galet (2) sur l'arbre récepteur (3) en E
- Inventaire des actions mécaniques

$$\begin{aligned} \circ \left\{ \tau \xrightarrow{F_{récepteur/3}} \right\}_F &= \begin{pmatrix} 0 & C_r \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}_{R_0} \\ \circ \left\{ \tau \xrightarrow{F_{0/3}} \right\}_F &= \begin{pmatrix} X_F & 0 \\ Y_F & 0 \\ Z_F & 0 \end{pmatrix}_{R_0} \\ \circ \left\{ \tau \xrightarrow{G_{0/3}} \right\}_G &= \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ Y_G & 0 \\ Z_G & 0 \end{pmatrix}_{R_0} \end{aligned}$$

$$\circ \left\{ \tau \begin{array}{c} \longrightarrow \\ E \ 2/3 \end{array} \right\}_E = \begin{pmatrix} X_E & 0 \\ 0 & 0 \\ f \cdot X_E & 0 \end{pmatrix}_{R_0}$$

- Principe fondamentale de la statique

$$\sum \left\{ \tau \begin{array}{c} \longrightarrow \\ F \ ext \ /3 \end{array} \right\}_F = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}_{R_0}$$

Exprimons tous les torseurs au point F

$$\circ \left\{ \tau \begin{array}{c} \longrightarrow \\ F \ 0/3 \end{array} \right\}_F = \begin{pmatrix} X_F & 0 \\ Y_F & 0 \\ Z_F & 0 \end{pmatrix}_{R_0}$$

$$\circ \left\{ \tau \begin{array}{c} \longrightarrow \\ F \ récepteur \ /3 \end{array} \right\}_F = \begin{pmatrix} 0 & C_r \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}_{R_0}$$

$$\circ \left\{ \tau \begin{array}{c} \longrightarrow \\ E \ 2/3 \end{array} \right\}_F = \begin{pmatrix} X_E & -R_3 \cdot f \cdot X_E \\ 0 & L_3 \cdot f \cdot X_E \\ f \cdot X_E & R_3 \cdot X_E \end{pmatrix}_{R_0}$$

$$\circ \left\{ \tau \begin{array}{c} \longrightarrow \\ G \ 0/3 \end{array} \right\}_F = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ Y_G & -d_3 \cdot Z_G \\ Z_G & d_3 \cdot Y_G \end{pmatrix}_{R_0}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} R \cdot \vec{x}_0 = X_E + X_F = 0 \\ R \cdot \vec{y}_0 = Y_F + Y_G = 0 \\ R \cdot \vec{z}_0 = Z_G + Z_F + f \cdot X_E = 0 \\ \vec{M}_A \cdot \vec{x}_0 = C_r - R_3 \cdot f \cdot X_E = 0 \\ \vec{M}_A \cdot \vec{y}_0 = -d_3 \cdot Z_G + L_3 \cdot f \cdot X_E = 0 \\ \vec{M}_A \cdot \vec{z}_0 = d_3 \cdot Y_G + R_3 \cdot X_E = 0 \end{array} \right.$$

D'où les composants des torseurs des efforts transmissibles :

$$\circ \left\{ \tau \begin{array}{c} \longrightarrow \\ F \ 0/3 \end{array} \right\}_F = \begin{pmatrix} X_F = -\frac{C_r}{f \cdot R_3} & 0 \\ Y_F = \frac{C_r}{f \cdot d_3} & 0 \\ Z_F = \frac{C_r}{R_3} \left(\frac{L_3}{d_3} - 1 \right) & 0 \end{pmatrix}_{R_0}$$

$$\begin{aligned} \circ \left\{ \tau \xrightarrow{G_{0/3}} \right\}_G &= \left\{ \begin{array}{l|l} 0 & 0 \\ Y_G = -\frac{C_r}{f \cdot d_3} & 0 \\ Z_G = \frac{L_3 \cdot C_r}{d_3 \cdot R_3} & 0 \end{array} \right\}_{R_0} \\ \circ \left\{ \tau \xrightarrow{E_{2/3}} \right\}_E &= \left\{ \begin{array}{l|l} X_E = \frac{C_r}{f \cdot R_3} & 0 \\ 0 & 0 \\ f \cdot X_E = \frac{C_r}{R_3} & 0 \end{array} \right\}_{R_0} \end{aligned}$$

A.1.6- Détermination d'une relation entre le couple moteur et le couple résistant

En se référant à la question A.1.4, on peut écrire :

$$\left\{ \tau \xrightarrow{E_{2/3}} \right\}_E = - \left\{ \tau \xrightarrow{D_{1/2}} \right\}_D \quad \text{D'où } X_E = -X_D \Rightarrow \frac{C_r}{f \cdot R_3} = \frac{C_m}{R_1 \cdot f}$$

$$C_r = \frac{C_m \cdot R_3}{R_1}$$

A.2 Partie cinématique

A.2.1- Détermination des torseurs cinématiques

En appliquant la formule des champs de moments :

$$\vec{V}_M = \vec{V}_N + \vec{\Omega}_{1/0} \wedge \vec{NM}$$

On obtient :

$$\begin{aligned} \bullet \left\{ \vartheta_{1/0} \right\}_A &= \left\{ \begin{array}{l|l} -\dot{\alpha}_1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{array} \right\}_{R_0} ; \left\{ \vartheta_{1/0} \right\}_D &= \left\{ \begin{array}{l|l} -\dot{\alpha}_1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -R_1 \cdot \dot{\alpha}_1 \end{array} \right\}_{R_0} \\ \bullet \left\{ \vartheta_{2/0} \right\}_{O_2} &= \left\{ \begin{array}{l|l} 0 & 0 \\ -\dot{\alpha}_2 & 0 \\ 0 & 0 \end{array} \right\}_{R_0} ; \left\{ \vartheta_{2/0} \right\}_D &= \left\{ \begin{array}{l|l} 0 & 0 \\ -\dot{\alpha}_2 & 0 \\ 0 & -R_2 \cdot \dot{\alpha}_2 \end{array} \right\}_{R_0} \\ \bullet \left\{ \vartheta_{2/0} \right\}_{O_2} &= \left\{ \begin{array}{l|l} 0 & 0 \\ -\dot{\alpha}_2 & 0 \\ 0 & 0 \end{array} \right\}_{R_0} ; \left\{ \vartheta_{2/0} \right\}_E &= \left\{ \begin{array}{l|l} 0 & 0 \\ -\dot{\alpha}_2 & 0 \\ 0 & R_2 \cdot \dot{\alpha}_2 \end{array} \right\}_{R_0} \\ \bullet \left\{ \vartheta_{3/0} \right\}_F &= \left\{ \begin{array}{l|l} -\dot{\alpha}_3 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{array} \right\}_{R_0} ; \left\{ \vartheta_{3/0} \right\}_E &= \left\{ \begin{array}{l|l} -\dot{\alpha}_3 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & R_3 \cdot \dot{\alpha}_3 \end{array} \right\}_{R_0} \end{aligned}$$

A.2.2

Le glissement est un mouvement relatif entre deux solides en contact en un point.

A.2.3- Calcul de la vitesse de glissement en D

La vitesse de glissement au point D s'écrit $\vec{V}_{g(2/1)} = \vec{V}_{(D \in 2/0)} - \vec{V}_{(D \in 1/0)}$

En se référant à la question A.2.1, on peut écrire l'équation suivante

$$\vec{V}_{g(2/1)} = -R_2 \cdot \dot{\alpha}_2 \vec{z}_0 + R_1 \cdot \dot{\alpha}_1 \vec{z}_0$$

A.2.4- Relation entre $\dot{\alpha}_1$ et $\dot{\alpha}_2$

Dans le cas où il y a roulement sans glissement en D alors $\vec{V}_{g(2/1)} = \vec{0}$

Donc

$$\vec{V}_{g(2/1)} = -R_2 \cdot \dot{\alpha}_2 \vec{z}_0 + R_1 \cdot \dot{\alpha}_1 \vec{z}_0 = \vec{0}$$

Donc en projection sur z_0

$$\dot{\alpha}_2 = \frac{R_1}{R_2} \cdot \dot{\alpha}_1$$

A.2.5- Calcul de la vitesse de glissement en E

La vitesse de glissement au point D s'écrit $\vec{V}_{g(3/2)} = \vec{V}_{(E \in 3/0)} - \vec{V}_{(E \in 2/0)}$

En se référant à la question A.2.1, on peut écrire l'équation suivante

$$\vec{V}_{g(3/2)} = R_3 \cdot \dot{\alpha}_3 \vec{z}_0 - R_2 \cdot \dot{\alpha}_2 \vec{z}_0$$

A.2.6- Relation entre $\dot{\alpha}_2$ et $\dot{\alpha}_3$

Dans le cas où il y a roulement sans glissement en D alors $\vec{V}_{g(3/2)} = \vec{0}$

Donc

$$\vec{V}_{g(3/2)} = R_3 \cdot \dot{\alpha}_3 \vec{z}_0 - R_2 \cdot \dot{\alpha}_2 \vec{z}_0 = \vec{0}$$

Donc en projection sur z_0

$$\dot{\alpha}_2 = \frac{R_3}{R_2} \cdot \dot{\alpha}_3$$

A.2.7 - relation entre $\dot{\alpha}_3$ et $\dot{\alpha}_1$

En se référant aux questions A.2.4 et A.2.6,

On peut substituer $\dot{\alpha}_2 = \frac{R_3}{R_2} \cdot \dot{\alpha}_3$ dans l'équation $\dot{\alpha}_2 = \frac{R_1}{R_2} \cdot \dot{\alpha}_1$

Ce qui donne finalement :

$$\dot{\alpha}_3 = \frac{R_1}{R_3} \cdot \dot{\alpha}_1$$

A.3 Partie dynamique

A.3.1- Calcul de la matrice d'inertie du plateau 1 / R_0 au point G_1

La matrice d'inertie est de la forme suivante

$$I_{G_1}(1) = \begin{bmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{bmatrix}_{R_0}$$

Les produits d'inertie sont nuls à cause de l'axe de symétrie du solide

- $A_1 = \iiint (y^2 + z^2) \cdot dm = \frac{M_1 \cdot R_{p1}^2}{2}$
- $B_1 = \iiint (x^2 + z^2) \cdot dm = \frac{M_1 \cdot R_{p1}^2}{4}$
- $C_1 = \iiint (x^2 + y^2) \cdot dm = \frac{M_1 \cdot R_{p1}^2}{4}$

A.3.2- Dédution de la matrice d'inertie du plateau 3 / R_0 au point G_3

$$I_{G_3}(3) = \begin{bmatrix} \frac{M_3 \cdot R_{p3}^2}{2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{M_3 \cdot R_{p3}^2}{4} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{M_3 \cdot R_{p3}^2}{4} \end{bmatrix}_{R_0}$$

A.3.3

La cinétique est une masse véhiculée dans un mouvement.

A.3.4- Détermination du torseur cinétique $\{\sigma_{1/\mathfrak{R}_0}\}_{G_1}$

La forme générale d'un torseur cinétique est de la forme

$$\{\sigma_{S/\mathfrak{R}}\}_P = \left\{ \begin{array}{l} \vec{Q}(S/\mathfrak{R}) = m \vec{V}(G/\mathfrak{R}) \\ \vec{\sigma}_P(S/\mathfrak{R}) = m \overrightarrow{PG} \wedge \vec{V}(P \in S/\mathfrak{R}) + [I_P(S)] \cdot \vec{\Omega}(S/\mathfrak{R}) \end{array} \right\}_P$$

$$\{\sigma_{1/R_0}\}_{G_1} = \left\{ \begin{array}{l} M_1 \cdot \vec{V}_{(G_1/R_0)} \\ I_{G_1}(1) \cdot \vec{\Omega}_{(1/0)} \end{array} \right\}_{R_0}$$

$$\{\sigma_{1/R_0}\}_{G_1} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{0} \\ -\frac{M_1 \cdot R_{p1}^2}{2} \cdot \dot{\alpha}_1 \cdot \vec{x}_0 \end{array} \right\}_{R_0}$$

A.3.5- Détermination du torseur cinétique $\{\sigma_{3/\mathfrak{R}_0}\}_{G_3}$

$$\{\sigma_{3/R_0}\}_{G_3} = \left\{ \begin{array}{l} M_3 \cdot \vec{V}_{(G_3/R_0)} \\ I_{G_3}(3) \cdot \vec{\Omega}_{(3/0)} \end{array} \right\}_{R_0}$$

$$\{\sigma_{3/R_0}\}_{G_3} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{0} \\ -\frac{M_3 \cdot R_{p3}^2}{2} \cdot \dot{\alpha}_3 \cdot \vec{x}_0 \end{array} \right\}_{R_0}$$

A.3.6- Détermination du torseur dynamique $\{\delta_{1/\mathfrak{R}_0}\}_{G_1}$

Le torseur dynamique est de la forme générale

$$\{\delta_{S/\mathfrak{R}}\}_P = \left\{ \begin{array}{l} \vec{R}_d(S/\mathfrak{R}) = m \vec{\gamma}(G/\mathfrak{R}) \\ \vec{\delta}_P(S/\mathfrak{R}) = \frac{d\vec{\sigma}_P(S/\mathfrak{R})}{dt} + m \vec{V}(P \in S/\mathfrak{R}) \wedge \vec{V}(G/\mathfrak{R}) \end{array} \right\}_P$$

$$\{\delta_{1/R_0}\}_{G_1} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{0} \\ -\frac{M_1 \cdot R_{p1}^2}{2} \cdot \ddot{\alpha}_1 \cdot \vec{x}_0 \end{array} \right\}_{R_0}$$

A.3.7- Détermination du torseur dynamique $\left\{ \delta_{3/R_0} \right\}_{G_3}$

$$\left\{ \delta_{3/R_0} \right\}_{G_3} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{0} \\ -\frac{M_3 \cdot R_{p3}^2}{2} \cdot \ddot{\alpha}_3 \cdot \vec{x}_0 \end{array} \right\}_{R_0}$$

A.3.8- Appliquons le PFD pour déterminer le couple moteur en fonction du couple résistant

A.3.8.1 le PFD à l'arbre moteur (1)

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{R} \cdot \vec{x}_0 = X_C - X_D = 0 \\ \vec{R} \cdot \vec{y}_0 = Y_A - Y_B = 0 \\ \vec{R} \cdot \vec{z}_0 = Z_A - Z_B - f \cdot X_D = 0 \\ \vec{M}_A \cdot \vec{x}_0 = C_m - R_1 \cdot f \cdot X_D = -\frac{M_1 \cdot R_{p1}^2}{2} \cdot \ddot{\alpha}_1 \\ \vec{M}_A \cdot \vec{y}_0 = -d_1 \cdot Z_B + (L_1 + d_1) \cdot f \cdot X_D = 0 \\ \vec{M}_A \cdot \vec{z}_0 = d_1 \cdot Y_B + R_1 \cdot X_D = 0 \end{array} \right.$$

En projetant le moment sur x_0

$$C_m - R_1 \cdot f \cdot X_D = -\frac{M_1 \cdot R_{p1}^2}{2} \cdot \ddot{\alpha}_1$$

Donc

$$C_m = R_1 \cdot f \cdot X_D - \frac{M_1 \cdot R_{p1}^2}{2} \cdot \ddot{\alpha}_1$$

A.3.8.1 le PFD à l'arbre récepteur (3)

$$\left\{ \begin{array}{l} R \cdot \vec{x}_0 = X_E + X_F = 0 \\ R \cdot \vec{y}_0 = Y_F + Y_G = 0 \\ R \cdot \vec{z}_0 = Z_G + Z_F + f \cdot X_E = 0 \\ \vec{M}_A \cdot \vec{x}_0 = C_r - R_3 \cdot f \cdot X_E = -\frac{M_3 \cdot R_{p3}^2}{2} \cdot \ddot{\alpha}_3 \\ \vec{M}_A \cdot \vec{y}_0 = -d_3 \cdot Z_G + L_3 \cdot f \cdot X_E = 0 \\ \vec{M}_A \cdot \vec{z}_0 = d_3 \cdot Y_G + R_3 \cdot X_E = 0 \end{array} \right.$$

En projetant le moment sur x_0

$$C_r - R_3 \cdot f \cdot X_E = -\frac{M_3 \cdot R_{p3}^2}{2} \cdot \ddot{\alpha}_3$$

Donc

$$C_r = R_3 \cdot f \cdot X_E - \frac{M_3 \cdot R_{p3}^2}{2} \cdot \ddot{\alpha}_3$$

Sachant que $X_D = -X_E$, on trouve

$$C_m = -\frac{R_1}{R_3} \cdot C_r - \frac{M_1 \cdot R_{p1}^2}{2} \cdot \ddot{\alpha}_1 - \frac{M_3 \cdot R_{p3}^2 \cdot R_1}{2 \cdot R_3} \cdot \ddot{\alpha}_3$$

A.3.9- Calcul de l'énergie cinétique du plateau moteur (1)

On sait que $2Ec(S/R) = \{ \sigma_{S/R} \}_P \cdot \{ \vartheta_{S/R} \}_P$

On pourra écrire alors que

$$\begin{aligned} 2 \cdot E_c(1/0) &= \{ \sigma_{1/R_0} \}_{G_1} \cdot \{ \vartheta_{1/R_0} \}_{G_1} \\ \{ \vartheta_{1/R_0} \}_{G_1} &= \{ \vartheta_{1/R_0} \}_A \\ \{ \vartheta_{1/R_0} \}_A &= \left\{ \begin{array}{c} \vec{0} \\ -\dot{\alpha}_1 \cdot \vec{x}_0 \end{array} \right\}_{R_0} \\ \{ \sigma_{1/R_0} \}_{G_1} &= \left\{ \begin{array}{c} \vec{0} \\ -\frac{M_1 \cdot R_{p1}^2}{2} \cdot \dot{\alpha}_1 \cdot \vec{x}_0 \end{array} \right\}_{R_0} \end{aligned}$$

Donc :

$$E_c(1/0) = \frac{M_1 \cdot R_{p1}^2}{4} \cdot \dot{\alpha}_1^2$$

A.3.10- Calcul de la puissance du moteur

$$P_m = \frac{d}{dt} E_c(1/0) = \frac{M_1 \cdot R_{p1}^2}{2} \cdot \dot{\alpha}_1$$

CORRECTION PARTIE (B)

Mécanique des Milieux Déformables

B.1/ Analyse de contrainte et détermination des efforts de forgeage

1-

Le bilan des efforts s'appuyant sur chacune de six faces :

$$\text{Face ADA'D'} : -\sigma_r \cdot r \cdot d\theta \cdot h \cdot \vec{u}$$

$$\text{Face BCB'C'} : (\sigma_r + d\sigma_r)(r + dr) \cdot d\theta \cdot h \cdot \vec{u}$$

$$\text{Face ABA'B'} : \left(\sigma_\theta + \frac{d\sigma_\theta}{2}\right) dr \cdot h \left(-\sin\left(\frac{d\theta}{2}\right) \vec{u} + \cos\left(\frac{d\theta}{2}\right) \vec{v}\right)$$

$$\text{Face DCD'C'} : \left(\sigma_\theta - \frac{d\sigma_\theta}{2}\right) \cdot dr \cdot h \cdot \left(-\sin\left(\frac{d\theta}{2}\right) \vec{u} - \cos\left(\frac{d\theta}{2}\right) \vec{v}\right)$$

$$\text{Face ABCD} : -\tau \cdot r \cdot dr \cdot d\theta \vec{u} + \sigma_z(h) \cdot r \cdot d\theta \cdot dr \vec{z}$$

$$\text{Face ABC'D'} : -\tau \cdot r \cdot dr \cdot d\theta \vec{u} - \sigma_z(0) \cdot r \cdot d\theta \cdot dr \vec{z}$$

θ est l'angle polaire

2- Equilibre d'une tranche :

Equilibre d'une portion de couronne d'angle $d\theta$: $\sum \vec{F} = \vec{0}$ que l'on projète sur la base (\vec{u} , \vec{v} , \vec{z})

$$\text{Sur } \vec{u} : -\sigma_r \cdot r \cdot d\theta \cdot h + (\sigma_r + d\sigma_r)(r + dr) \cdot d\theta \cdot h - 2 \cdot \sigma_\theta \cdot \sin\left(\frac{d\theta}{2}\right) \cdot dr \cdot h - 2 \cdot \tau \cdot r \cdot dr \cdot d\theta = 0$$

$$\text{Sur } \vec{v} : \cos\left(\frac{d\theta}{2}\right) \left(\sigma_\theta + \frac{d\sigma_\theta}{2} - \sigma_\theta + \frac{d\sigma_\theta}{2}\right) \cdot dr \cdot h = 0$$

$$\text{Sur } \vec{z} : \sigma_z(h) - \sigma_z(0) = 0$$

3- développement au 1^{er} ordre de l'équation d'équilibre projetée selon \vec{u} :

$$-\sigma_r \cdot r \cdot d\theta \cdot h + (\sigma_r + d\sigma_r)(r + dr) \cdot d\theta \cdot h - 2 \cdot \sigma_\theta \cdot \sin\left(\frac{d\theta}{2}\right) \cdot dr \cdot h - 2 \cdot \tau \cdot r \cdot dr \cdot d\theta = 0$$

$$\sin\left(\frac{d\theta}{2}\right) \approx \frac{d\theta}{2} \text{ est faible}$$

$$-\sigma_r \cdot r \cdot d\theta \cdot h + \sigma_r \cdot r \cdot d\theta \cdot h + \sigma_r \cdot dr \cdot d\theta \cdot h + d\sigma_r \cdot r \cdot d\theta \cdot h + d\sigma_r \cdot dr \cdot d\theta \cdot h - 2 \cdot \sigma_\theta \cdot \frac{d\theta}{2} \cdot dr \cdot h - 2 \cdot \tau \cdot r \cdot dr \cdot d\theta = 0$$

$$(\sigma_r \cdot dr + d\sigma_r \cdot r) \cdot d\theta \cdot h - \sigma_\theta \cdot dr \cdot h \cdot d\theta - 2 \cdot \tau \cdot r \cdot dr \cdot d\theta = 0$$

4-

$$\sigma_r = \sigma_\theta$$

$$d\sigma_r \cdot r \cdot d\theta \cdot h - 2 \cdot \tau \cdot r \cdot dr \cdot d\theta = 0$$

$$d\sigma_r \cdot h - 2 \cdot \tau \cdot dr = 0$$

5-Frottement de Tresca : $\tau = m\tau_s$

$$d\sigma_r = \frac{2}{h} \cdot m\tau_s \cdot dr$$

6-

$$\sigma_r = \frac{2}{h} \cdot m\tau_s \cdot r + Cte$$

C.L. $r = a$: surface libre de contrainte $\rightarrow \sigma_r(r = a) = 0$

$$\frac{2}{h} \cdot m\tau_s \cdot a + Cte = 0 \quad \rightarrow \quad Cte = -\frac{2}{h} \cdot m\tau_s \cdot a$$

$$\sigma_r = \frac{2}{h} \cdot m\tau_s \cdot (r - a)$$

7-

$$\bar{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_r & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_r & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_z \end{bmatrix}$$

$$\bar{\sigma}_D = \bar{\sigma} - \frac{1}{3} \text{Trace}(\bar{\sigma}) \bar{1} = \begin{bmatrix} \sigma_r - \frac{1}{3}(2 \cdot \sigma_r + \sigma_z) & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_r - \frac{1}{3}(2 \cdot \sigma_r + \sigma_z) & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_z - \frac{1}{3}(2 \cdot \sigma_r + \sigma_z) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{1}{3}(\sigma_r - \sigma_z) & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{3}(\sigma_r - \sigma_z) & 0 \\ 0 & 0 & \frac{2}{3}(-\sigma_r + \sigma_z) \end{bmatrix}$$

$$\bar{\sigma}_D : \bar{\sigma}_D = \left(\frac{1}{9} + \frac{1}{9} + \frac{4}{9} \right) (\sigma_r - \sigma_z)^2 = \frac{2}{3} (\sigma_r - \sigma_z)^2$$

$$\sigma_s^2 = \left(\frac{3}{2} \bar{\sigma}_D : \bar{\sigma}_D\right) \quad \sigma_s^2 = (\sigma_r - \sigma_z)^2$$

8- Comparons les déformations, plastique ε_r^p radiale et axiale ε_z^p :

$$\begin{aligned} \varepsilon_r^p &> 0 & \varepsilon_z^p &< 0 \\ \varepsilon_z^p &< \varepsilon_r^p \end{aligned}$$

Or la loi de comportement plastique s'écrit : $\bar{\varepsilon}^p = d\lambda \cdot \bar{\sigma}_D$

Avec $\bar{\varepsilon}^p$ est le tenseur de déformations plastiques

D'où $\sigma_z^D < \sigma_r^D \Rightarrow \sigma_z < \sigma_r$ avec σ_z et σ_r sont des contraintes de compression (<0)

$$\square \quad \sigma_s^2 = (\sigma_r - \sigma_z)^2 \square \sigma_s = \sigma_r - \sigma_z$$

9- Dans le cas de cisaillement pur, le tenseur de contraintes peut s'écrire dans la base principale sous la forme :

$$\bar{\tau} = \begin{bmatrix} \tau & 0 & 0 \\ 0 & -\tau & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tau_r = \begin{bmatrix} 0 & \tau & 0 \\ \tau & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \bar{\tau}_D$$

$$\bar{\tau}_D : \bar{\tau}_D = 2\tau^2 \square \sigma_s = \sqrt{\frac{3}{2} \bar{\tau}_D : \bar{\tau}_D} = \sqrt{3}\tau$$

L'état de contrainte qui entraîne la plastification en cisaillement est tel que $\tau = \tau_s$. Le critère de Von Mises est alors vérifié et nous avons :

$$\tau_s = \frac{\sigma_s}{\sqrt{3}}$$

10- La contrainte axiale $\sigma_z = \sigma_r - \sigma_s = \frac{2}{h} m \frac{\sigma_s}{\sqrt{3}} (r - a) - \sigma_s$

11- Pour calculer la force de forgeage, nous devons intégrer σ_z sur toute la surface de contact :

$$\begin{aligned} F &= \int_0^{2\pi} \int_0^a \sigma_z r \, d\theta \, dr \\ &= \int_0^{2\pi} \int_0^a \left(\frac{2}{h} m \frac{\sigma_s}{\sqrt{3}} (r^2 - a \cdot r) - \sigma_s \cdot r \right) dr \, d\theta \\ &= 2\pi \int_0^a \left(\frac{2}{h} m \frac{\sigma_s}{\sqrt{3}} (r^2 - a \cdot r) - \sigma_s \cdot r \right) dr \\ &= 2\pi \sigma_s \left(\frac{2}{h \sqrt{3}} \left(\frac{a^3}{3} - \frac{a^3}{2} \right) - \frac{a^2}{2} \right) \\ F &= 2\pi \sigma_s \left(\frac{2m}{h \sqrt{3}} \left(-\frac{a^3}{6} \right) - \frac{a^2}{2} \right) \end{aligned}$$

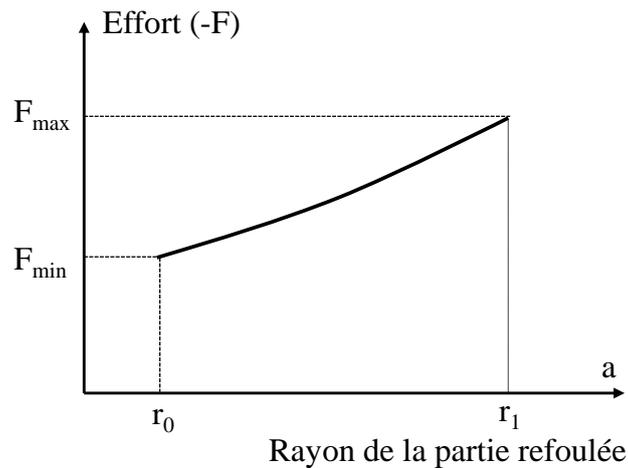
D'autre part, il y a incompressibilité du matériau :

$$\pi \cdot a^2 \cdot h = \pi \cdot r_0^2 \cdot h_0 \Rightarrow h = \frac{r_0^2 \cdot h_0}{a^2}$$

$$\text{d'où } F = 2\pi \sigma_s \left[\frac{2m}{\sqrt{3} \cdot r_0^2 \cdot h_0} \left(-\frac{a^5}{6} \right) - \frac{a^2}{2} \right]$$

$$F = -\pi \sigma_s a^2 \left[\frac{2m}{r_0^2 \cdot h_0 \cdot \sqrt{3}} \left(\frac{a^3}{3} \right) + 1 \right]$$

12- Pour $r_0 \leq a \leq r_1$



B.2/ Analyse de contrainte et de déformation dans une bague frottée de tête de bielle.

- Forces de volume et d'inertie négligeables.
- Matériau élastique, linéaire isotrope (Loi de Hooke).
- Contrainte plane :

$$\bar{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_{rr} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{\theta\theta} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

- $\varepsilon_{zz} = C$.

1- Loi de comportement : $\bar{\varepsilon} = \frac{1+\nu}{E} \bar{\sigma} - \frac{\nu}{E} \text{Trace}(\bar{\sigma}) \cdot \bar{1}$.

- $\varepsilon_{rr} = \frac{1+\nu}{E} \sigma_{rr} - \frac{\nu}{E} (\sigma_{rr} + \sigma_{\theta\theta})$.
- $\varepsilon_{\theta\theta} = \frac{1+\nu}{E} \sigma_{\theta\theta} - \frac{\nu}{E} (\sigma_{rr} + \sigma_{\theta\theta})$.
- $\varepsilon_{zz} = C = -\frac{\nu}{E} (\sigma_{rr} + \sigma_{\theta\theta})$.
- $\varepsilon_{rr} + \varepsilon_{\theta\theta} = \frac{1+\nu}{E} (\sigma_{rr} + \sigma_{\theta\theta}) - \frac{2\nu}{E} (\sigma_{rr} + \sigma_{\theta\theta}) = \frac{1-\nu}{E} (\sigma_{rr} + \sigma_{\theta\theta})$ or
- $(\sigma_{rr} + \sigma_{\theta\theta}) = -\frac{E}{\nu} \varepsilon_{zz}$

$$\varepsilon_{rr} + \varepsilon_{\theta\theta} = -\frac{1-\vartheta}{\vartheta} \varepsilon_{zz} \quad \square \quad \varepsilon_{zz} = \frac{\vartheta}{\vartheta-1} (\varepsilon_{rr} + \varepsilon_{\theta\theta}) = K(\varepsilon_{rr} + \varepsilon_{\theta\theta})$$

Avec $K = \frac{\vartheta}{\vartheta-1}$

$$(\sigma_{rr} + \sigma_{\theta\theta}) = -\frac{E}{\vartheta} \varepsilon_{zz}$$

$$(\sigma_{rr} + \sigma_{\theta\theta}) = -\frac{E}{\vartheta} C$$

u_z est linéaire en fonction de z ?

$$\varepsilon_{zz} = u_{z,z} = \frac{\partial u_z}{\partial z} = C \quad \square \quad u_z = C \cdot z + a(r)$$

$$2- \varepsilon_{rr} + \varepsilon_{\theta\theta} = u_{r,r} + \frac{u_{\theta,\theta} + u_r}{r} = u_{r,r} + \frac{u_r}{r} = \frac{1}{r} (r \cdot u_r)_{,r}$$

D'après (1) $\varepsilon_{rr} + \varepsilon_{\theta\theta} = \frac{\varepsilon_{zz}}{K} = \frac{C}{K}$

$$\checkmark \quad \frac{1}{r} (r \cdot u_r)_{,r} = \frac{C}{K}$$

$$\checkmark \quad (r \cdot u_r)_{,r} = \frac{C}{K} \cdot r$$

$$\checkmark \quad r \cdot u_r = \frac{C}{K} \cdot r^2 + C' \quad \square \quad u_r = \frac{C}{2K} \cdot r + \frac{C'}{r}$$

3-

$$\bar{\sigma} = \frac{E}{1+\vartheta} \left(\bar{\varepsilon} + \frac{\vartheta}{1-2\vartheta} \text{tr} \bar{\varepsilon} \cdot \bar{\mathbf{1}} \right)$$

$$\begin{cases} \sigma_{rr} = \frac{E}{1+\vartheta} \left[\varepsilon_{rr} + \frac{\vartheta}{1-2\vartheta} (\varepsilon_{rr} + \varepsilon_{\theta\theta} + \varepsilon_{zz}) \right] \\ \sigma_{\theta\theta} = \frac{E}{1+\vartheta} \left[\varepsilon_{\theta\theta} + \frac{\vartheta}{1-2\vartheta} (\varepsilon_{rr} + \varepsilon_{\theta\theta} + \varepsilon_{zz}) \right] \end{cases}$$

$$\text{tr} \bar{\varepsilon} = \varepsilon_{rr} + \varepsilon_{\theta\theta} + \varepsilon_{zz}$$

$$= \frac{C}{K} + C = \frac{C(\vartheta-1)}{\vartheta} + C = \frac{(2\vartheta-1) \cdot C}{\vartheta} = -\frac{(1-2\vartheta)}{\vartheta} \cdot C$$

$$\begin{cases} \sigma_{rr} = \frac{E}{1+\vartheta} \left[\varepsilon_{rr} - \frac{\vartheta}{1-2\vartheta} \frac{(1-2\vartheta)}{\vartheta} \cdot C \right] = \frac{E}{1+\vartheta} (\varepsilon_{rr} - C) = \frac{E}{1+\vartheta} (u_{r,r} - C) \\ \sigma_{\theta\theta} = \frac{E}{1+\vartheta} (\varepsilon_{\theta\theta} - C) = \frac{E}{1+\vartheta} \left(\frac{u_r}{r} - C \right) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sigma_{rr} = \frac{E}{1+\vartheta} \left(\frac{C}{2K} - \frac{C'}{r^2} - C \right) = \frac{E}{1+\vartheta} \left(C \left(\frac{1}{2K} - 1 \right) - \frac{C'}{r^2} \right) \\ \sigma_{\theta\theta} = \frac{E}{1+\vartheta} \left(\frac{C}{2K} + \frac{C'}{r^2} - C \right) = \frac{E}{1+\vartheta} \left(C \left(\frac{1}{2K} - 1 \right) + \frac{C'}{r^2} \right) \end{cases}$$

Vérifier l'équilibre :

L'équation d'équilibre en coordonnées cylindriques :

$$\frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{r\theta}}{\partial \theta} + \frac{\partial \sigma_{rz}}{\partial z} + \frac{\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta}}{r} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \sigma_{r\theta}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{\theta\theta}}{\partial \theta} + \frac{\partial \sigma_{\theta z}}{\partial z} + 2 \frac{\sigma_{r\theta}}{r} = 0 \quad \text{Vérfié}$$

$$\frac{\partial \sigma_{rz}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{\theta z}}{\partial \theta} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} + \frac{\sigma_{rz}}{r} = 0 \quad \text{Vérfié}$$

$$(1) \quad \square \frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} + \frac{\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta}}{r} = 0$$

$$\frac{E}{1+\theta} \left(\frac{2C'}{r^3} \right) + \frac{-2C'}{r^3} \cdot \frac{E}{1+\theta} = 0 \quad \text{donc vérfiée}$$

4- Conditions aux limites :

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_{rr}(r = r_e) = -P_{\text{ext}} \quad \square \\ \sigma_{rr}(r = r_i) = 0 \end{array} \right. \cdot \left\{ \begin{array}{l} C \left(\frac{1}{2K} - 1 \right) - \frac{C'}{r_e^2} = -P_{\text{ext}} \frac{1+\theta}{E} \quad (1) \\ C \left(\frac{1}{2K} - 1 \right) - \frac{C'}{r_i^2} = 0 \quad (2) \end{array} \right.$$

$$(2). C' = C \left(\frac{1}{2K} - 1 \right) \cdot r_i^2$$

$$(1). C \left(\frac{1}{2K} - 1 \right) - C \left(\frac{1}{2K} - 1 \right) \frac{r_i^2}{r_e^2} = -P_{\text{ext}} \frac{1+\theta}{E}$$

$$\cdot C \left(\frac{1}{2K} - 1 \right) \left[1 - \frac{r_i^2}{r_e^2} \right] = -P_{\text{ext}} \frac{1+\theta}{E}$$

$$\cdot C \left(\frac{1}{2K} - 1 \right) \left[\frac{r_e^2 - r_i^2}{r_e^2} \right] = -P_{\text{ext}} \frac{1+\theta}{E} \quad \text{avec } K = \frac{\theta}{\theta-1}$$

$$\cdot C \left(\frac{\theta-1-2\theta}{2\theta} \right) \left[\frac{r_e^2 - r_i^2}{r_e^2} \right] = -P_{\text{ext}} \frac{1+\theta}{E}$$

$$\cdot C \left[-\frac{(1+\theta)}{2\theta} \cdot \frac{r_e^2 - r_i^2}{r_e^2} \right] = -P_{\text{ext}} \frac{1+\theta}{E}$$

$$\cdot C = \frac{2\theta}{E} P_{\text{ext}} \frac{r_e^2}{r_e^2 - r_i^2}$$

$$C' = C \left(\frac{1}{2K} - 1 \right) \cdot r_i^2$$

$$= C \left(\frac{\theta-1-2\theta}{2\theta} \right) r_i^2 = -\frac{2\theta}{E} P_{\text{ext}} \frac{1+\theta}{2\theta} \frac{r_i^2 \cdot r_e^2}{r_e^2 - r_i^2}$$

$$C' = -\frac{(1+\theta)}{E} P_{\text{ext}} \frac{r_i^2 \cdot r_e^2}{r_e^2 - r_i^2}$$

$$\sigma_{rr} = \frac{E}{1+\theta} \left[C \left(\frac{1}{2K} - 1 \right) - \frac{C'}{r^2} \right] = \frac{E}{1+\theta} \left[\frac{2\theta}{E} P_{\text{ext}} \frac{r_e^2}{r_e^2 - r_i^2} \left(\frac{1}{2K} - 1 \right) + \frac{1+\theta}{E} P_{\text{ext}} \frac{r_i^2 \cdot r_e^2}{r_e^2 - r_i^2} \frac{1}{r^2} \right]$$

$$\sigma_{\theta\theta} = \frac{E}{1+\theta} \left[C \left(\frac{1}{2K} - 1 \right) + \frac{C'}{r^2} \right] = \frac{E}{1+\theta} \left[\frac{2\theta}{E} P_{\text{ext}} \frac{r_e^2}{r_e^2 - r_i^2} \left(\frac{1}{2K} - 1 \right) - \frac{1+\theta}{E} P_{\text{ext}} \frac{r_i^2 \cdot r_e^2}{r_e^2 - r_i^2} \frac{1}{r^2} \right]$$

$$u_r = \frac{C}{2K} r + \frac{C'}{r} = \frac{2\theta}{E \cdot 2K} P_{\text{ext}} \frac{r_e^2}{r_e^2 - r_i^2} \cdot r - \frac{(1+\theta)}{E} P_{\text{ext}} \frac{r_i^2 \cdot r_e^2}{r_e^2 - r_i^2} \frac{1}{r}$$

$$u_z = C \cdot z + a = \frac{2\vartheta}{E} P_{\text{ext}} \frac{r_e^2}{r_e^2 - r_i^2} \cdot z + a$$

5- Nous avons démontré que :

$$\begin{cases} \sigma_{rr} = \frac{E}{1+\vartheta} \left[C \left(\frac{1}{2K} - 1 \right) - \frac{C'}{r^2} \right] \\ \sigma_{\theta\theta} = \frac{E}{1+\vartheta} \left[C \left(\frac{1}{2K} - 1 \right) + \frac{C'}{r^2} \right] \end{cases}$$

$$\bar{\sigma}_D = \bar{\sigma} - \frac{1}{3} \text{Trace}(\bar{\sigma}) \bar{1}$$

$$\text{Trace}(\bar{\sigma}) = \sigma_{rr} + \sigma_{\theta\theta} = \frac{E}{1+\vartheta} \left[2C \left(\frac{1}{2K} - 1 \right) \right] \text{ avec } K = \frac{\vartheta}{\vartheta-1}$$

$$\sigma_{rr}^D = \sigma_{rr} - \frac{1}{3} (\sigma_{rr} + \sigma_{\theta\theta}) = \frac{E}{1+\vartheta} \left[\frac{C}{3} \left(\frac{1}{2K} - 1 \right) - \frac{C'}{r^2} \right]$$

$$\sigma_{\theta\theta}^D = \sigma_{\theta\theta} - \frac{1}{3} (\sigma_{rr} + \sigma_{\theta\theta}) = \frac{E}{1+\vartheta} \left[\frac{C}{3} \left(\frac{1}{2K} - 1 \right) + \frac{C'}{r^2} \right]$$

$$\sigma_{zz}^D = -\frac{1}{3} (\sigma_{rr} + \sigma_{\theta\theta}) = -\frac{E}{1+\vartheta} \left[\frac{2C}{3} \left(\frac{1}{2K} - 1 \right) \right]$$

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_v &= \sqrt{\frac{3}{2} \bar{\sigma}_D : \bar{\sigma}_D} = \sqrt{\frac{3}{2} (\sigma_{rr}^D \cdot \sigma_{rr}^D + \sigma_{\theta\theta}^D \cdot \sigma_{\theta\theta}^D + \sigma_{zz}^D \cdot \sigma_{zz}^D)} \\ &= \sqrt{\frac{3}{2} \frac{E}{1+\vartheta} \left[\left[\frac{C}{3} \left(\frac{1}{2K} - 1 \right) - \frac{C'}{r^2} \right]^2 + \left[\frac{C}{3} \left(\frac{1}{2K} - 1 \right) + \frac{C'}{r^2} \right]^2 + \left[\frac{2C}{3} \left(\frac{1}{2K} - 1 \right) \right]^2 \right]} \end{aligned}$$

$$(a+b)^2 + (a-b)^2 = 2(a^2 + b^2)$$

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_v &= \sqrt{\frac{3}{2} \frac{E}{1+\vartheta} \sqrt{2 \left[\frac{C}{3} \left(\frac{1}{2K} - 1 \right) \right]^2 + 2 \left[\frac{C'}{r^2} \right]^2 + 4 \left[\frac{C}{3} \left(\frac{1}{2K} - 1 \right) \right]^2}} \\ &= \sqrt{\frac{3}{2} \frac{E}{1+\vartheta} \sqrt{6 \left[\frac{C}{3} \left(\frac{1}{2K} - 1 \right) \right]^2 + 2 \left[\frac{C'}{r^2} \right]^2}} \end{aligned}$$

$$\text{Or} = \frac{\vartheta}{\vartheta-1} ; \frac{1}{2K} - 1 = \frac{\vartheta-1}{2\vartheta} - 1 = -\frac{(1+\vartheta)}{2\vartheta}$$

$$\bar{\sigma}_v = \sqrt{\frac{3}{2} \frac{E}{1+\vartheta} \sqrt{6 \left[\frac{2\vartheta}{3E} P_{\text{ext}} \left(\frac{r_e^2}{r_e^2 - r_i^2} \right) \left(-\frac{(1+\vartheta)}{2\vartheta} \right) \right]^2 + \frac{2}{r^4} \left[\frac{(1+\vartheta)}{E} P_{\text{ext}} \left(\frac{r_i^2 \cdot r_e^2}{r_e^2 - r_i^2} \right) \right]^2}}$$

Cette contrainte est max pour r minimal r = r_i

$$\bar{\sigma}_{vmax} = \bar{\sigma}_v(r = r_i \leq \sigma_e) \square$$

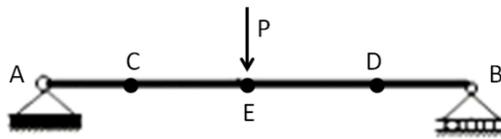
$$P_{ext\ limite} \leq \frac{\sigma_e}{\sqrt{\frac{3}{2} \frac{E}{1+\theta} \sqrt{6 \left[\frac{2\theta}{3E} \left(\frac{r_e^2}{r_e^2 - r_i^2} \right) \left(\frac{1+\theta}{2\theta} \right) \right]^2 + 2 \left[\frac{(1+\theta)}{E} \left(\frac{r_e^2}{r_e^2 - r_i^2} \right) \right]^2}}$$

B.3/ Vérification de la déformée de la bielle au cours de l'usinage

1- Justifications des hypothèses adoptées :

- Le montage entre pointes assure un contact ponctuel symétrique qui se modélise en RDM par un appui fixe et l'autre mobile (isostatique).
- La largeur du bec de l'outil est faible par rapport à la longueur de la bielle. Par conséquent la force appliquée par l'outil es supposée ponctuelle.
- La position de la force la plus défavorable peut être obtenue par la ligne d'influence du moment fléchissant. C'est le cas d'une charge au milieu.

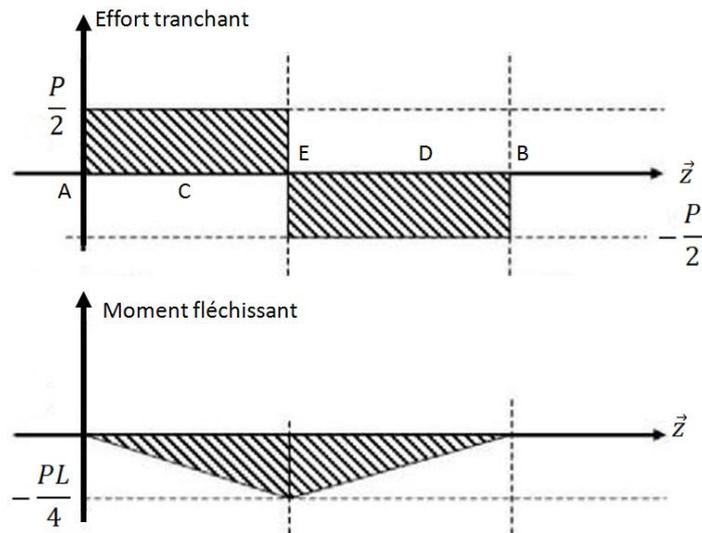
2- Les efforts intérieurs :



$$R_A = R_B = \frac{P}{2}$$

Efforts intérieurs :

[AC]	[CB]
$T = \frac{P}{2}$	$T = -\frac{P}{2}$
$M_f = -\frac{P}{2} \cdot x$	$M_f = -\frac{P}{2} \cdot (L - x)$



3- D'une manière générale, si x représente la flèche de la pièce dans une section située à une cote z par rapport à A, alors : $x'' = \frac{-M_{fy}}{E I_{Gy}}$ avec I_{Gy} : moment d'inertie de cette section.

Entre A et C : $I_{Gy_2} = \frac{\pi d_2^4}{64}$

$$x'' = \frac{-\frac{P}{2} \cdot z}{E I_{Gy_2}}$$

$$x' = \frac{-P}{4E I_{Gy_2}} \cdot z^2 + x'_1$$

$$x = \frac{-P}{12E I_{Gy_2}} \cdot z^3 + x'_1 \cdot z + 0 \quad (x(z=0)=0)$$

Entre C et E : $I_{Gy_2} = \frac{\pi d_1^4}{64}$

$$x'' = \frac{-\frac{P}{2} \cdot z}{E I_{Gy_1}}$$

$$x' = \frac{-P}{4E I_{Gy_1}} \cdot z^2 + x'_2$$

$$x = \frac{-P}{12E I_{Gy_1}} \cdot z^3 + x'_2 \cdot z + x_2$$

Pour $z = \frac{L}{2}$ $x' = 0$ d'où $\frac{-P}{4E I_{Gy_1}} \cdot \left(\frac{L}{2}\right)^2 + x'_2 = 0$ d'où $x'_2 = \frac{PL^2}{16E I_{Gy_1}}$.

- Continuité des dérivées pour $z=L_1$ (point C).

$$\frac{-P}{4E I_{Gy_2}} \cdot (L_1)^2 + x'_1 = \frac{-P}{4E I_{Gy_1}} \cdot (L_1)^2 + \frac{PL^2}{16E I_{Gy_1}}$$

$$\square x_1' = \frac{-P}{4E} \left(\frac{(L_1)^2}{I_{Gy1}} - \frac{(L_1)^2}{I_{Gy2}} - \frac{L^2}{4 I_{Gy1}} \right)$$

- Continuité de la déformée pour $z=L_1$

$$\frac{-P}{12E I_{Gy2}} \cdot (L_1)^3 + x_1'(L_1) = \frac{-P}{12E I_{Gy2}} \cdot (L_1)^3 + x_2'(L_1) + x_2 \square$$

$$\frac{-P}{12E I_{Gy2}} \cdot (L_1)^3 - \frac{P}{4E} \left(\frac{(L_1)^2}{I_{Gy1}} - \frac{(L_1)^2}{I_{Gy2}} - \frac{L^2}{4 I_{Gy1}} \right) (L_1) = \frac{-P}{12E I_{Gy1}} \cdot (L_1)^3 + \frac{PL^2}{16E I_{Gy1}} (L_1) + x_2 \square$$

$$\begin{aligned} x_2 &= \frac{-P}{4E} \left[\frac{L_1^3}{3 I_{Gy2}} + \frac{L_1^3}{I_{Gy1}} - \frac{L^2 L_1}{4 I_{Gy1}} - \frac{L_1^3}{I_{Gy2}} - \frac{L_1^3}{3 I_{Gy1}} + \frac{L^2 L_1}{4 I_{Gy1}} \right] \\ &= \frac{-P}{6E} \left[\frac{L_1^3}{I_{Gy1}} - \frac{L_1^3}{I_{Gy2}} \right] \end{aligned}$$

La flèche est maximale pour $z = \frac{L}{2}$

$$\begin{aligned} \text{D'où } x \left(z = \frac{L}{2} \right) &= \frac{-P}{12E I_{Gy1}} \cdot \left(\frac{L}{2} \right)^3 + \frac{PL^2}{16E I_{Gy1}} \left(\frac{L}{2} \right) - \frac{P}{6E} \left[\frac{L_1^3}{I_{Gy1}} - \frac{L_1^3}{I_{Gy2}} \right] \\ &= \frac{-PL^3}{48E I_{Gy1}} - \frac{PL_1^3}{6E} \left[\frac{1}{I_{Gy1}} - \frac{1}{I_{Gy2}} \right] \end{aligned}$$

4- Calcul de la flèche maximale

$$I_{Gy2} = \frac{\pi 20^4}{64} = 7854 \text{ mm}^4 ; \quad I_{Gy1} = \frac{\pi 12^4}{64} = 1018 \text{ mm}^4$$

$$f_{max} = \frac{200 \times (200)^3}{48.2 \cdot 10^5 \times 1018} - \frac{200 \times 50^3}{6 \times 2 \cdot 10^5} \left(\frac{1}{1018} - \frac{1}{7854} \right) = 0,1459 \text{ mm}$$

5- La pièce se déforme élastiquement lors de l'usinage. La déformation est plus importante au milieu du corps de la bielle qu'au niveau têtes \square on obtient au final une bielle dont le corps a la forme d'un tonneau.

La partie centrale du corps de la bielle a un diamètre plus important de $0,146 \times 2 \approx 0,292 \text{ mm}$.

6- Après avoir trouvé l'expression analytique de la flèche au milieu x_{max} on déduit :

$$K = \frac{P}{x_{max}} = 1370801 \text{ N/m}$$

La masse totale de la bielle est :

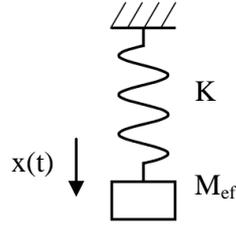
$$M_t = \rho \left(2L_1 \frac{\pi d_2^2}{4} + (L - 2L_1) \frac{\pi d_1^2}{4} \right)$$

$$M_t = \rho \frac{\pi}{4} [2L_1 d_2^2 + (L - 2L_1) d_1^2]$$

La masse effective comptant pour la vibration est :

$$M_e = \mu \cdot M_t = \mu \rho \frac{\pi}{4} [2L_1 d_2^2 + (L - 2L_1) d_1^2]$$

Le système est alors comme suit :



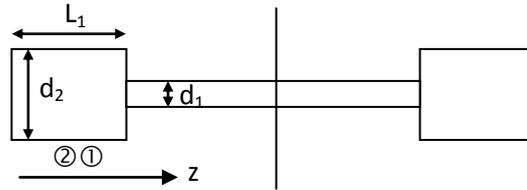
Son équation de mouvement est sans le poids (x compté /au poids)

$$M_e \ddot{x} + Kx = 0$$

Sa pulsation est $\omega = \sqrt{\frac{K}{M_e}}$ et sa fréquence est $f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K}{M_e}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K}{\mu \rho \frac{\pi}{4} [2L_1 d_2^2 + (L - 2L_1) d_1^2]}}$

7- On prend une déformée approximative respectant les C.A.L cinématiques et statiques.

$$x(t) = A \cdot \sin\left(\frac{\pi z}{L}\right) \sin(\omega t)$$



$$E_{Ct} = 2(E_{C1} + E_{C2})$$

$$E_{Ct} = \rho \left[\int_0^{L_1} S_2 \left(A \cdot \sin\left(\frac{\pi z}{L}\right) \omega \cdot \cos(\omega t) \right)^2 dz + \int_{L_1}^{\frac{L}{2}} S_1 \left(A \cdot \sin\left(\frac{\pi z}{L}\right) \omega \cdot \cos(\omega t) \right)^2 dz \right]$$

$$E_{Ctmax} = \rho \omega^2 A^2 \left[\int_0^{L_1} S_2 \sin^2\left(\frac{\pi z}{L}\right) dz + \int_{L_1}^{\frac{L}{2}} S_1 \sin^2\left(\frac{\pi z}{L}\right) dz \right]$$

$$E_{Ctmax} = \rho \omega^2 A^2 \left[S_2 \left(\frac{L_1}{2} - \frac{L}{4\pi} \sin\left(\frac{2\pi L_1}{L}\right) \right) + S_1 \left(\frac{\frac{L}{2} - L_1}{2} + \frac{L}{4\pi} \sin\left(\frac{2\pi L_1}{L}\right) \right) \right]$$

$$E_p = 2(E_{p1} + E_{p2})$$

$$E_p = E \left[\int_0^{L_1} I_2 \frac{\pi^4}{L^4} A^2 \sin^2\left(\frac{\pi z}{L}\right) \sin^2(\omega t) dz + \int_{L_1}^{\frac{L}{2} - L_1} I_1 \frac{\pi^4}{L^4} A^2 \sin^2\left(\frac{\pi z}{L}\right) \sin^2(\omega t) dz \right]$$

$$E_{pmax} = EA^2 \left[I_2 \left(\frac{L_1}{2} - \frac{L}{4\pi} \sin \left(\frac{2\pi L_1}{L} \right) \right) + I_1 \left(\frac{\frac{L}{2} - L_1}{2} + \frac{L}{4\pi} \sin \left(\frac{2\pi L_1}{L} \right) \right) \right]$$

$$E_{cmax} = E_{pmax}$$

$$\square \omega^2 = \frac{E\pi^2}{\rho L^2} \cdot \frac{I_2 \left(\frac{L_1}{2} - \frac{L}{4\pi} \sin \left(\frac{2\pi L_1}{L} \right) \right) + I_1 \left(\frac{\frac{L}{2} - L_1}{2} + \frac{L}{4\pi} \sin \left(\frac{2\pi L_1}{L} \right) \right)}{S_2 \left(\frac{L_1}{2} - \frac{L}{4\pi} \sin \left(\frac{2\pi L_1}{L} \right) \right) + S_1 \left(\frac{\frac{L}{2} - L_1}{2} + \frac{L}{4\pi} \sin \left(\frac{2\pi L_1}{L} \right) \right)}$$

8- On égalise les expressions des fréquences obtenues par les deux méthodes soit :

$$\frac{E\pi^2}{\rho L^2} \cdot \frac{I_2 \left(\frac{L_1}{2} - \frac{L}{4\pi} \sin \left(\frac{2\pi L_1}{L} \right) \right) + I_1 \left(\frac{\frac{L}{2} - L_1}{2} + \frac{L}{4\pi} \sin \left(\frac{2\pi L_1}{L} \right) \right)}{S_2 \left(\frac{L_1}{2} - \frac{L}{4\pi} \sin \left(\frac{2\pi L_1}{L} \right) \right) + S_1 \left(\frac{\frac{L}{2} - L_1}{2} + \frac{L}{4\pi} \sin \left(\frac{2\pi L_1}{L} \right) \right)}$$

$$= \frac{\frac{P}{x_{max}}}{\mu \rho \frac{\pi}{4} [2L_1 d_2^2 + (L - 2L_1) d_1^2]}$$

Ce qui donne l'expression analytique de μ

9°) Application numérique :

$$B = \frac{L_1}{2} - \frac{L}{4\pi} \sin \left(\frac{2\pi L_1}{L} \right) = 9.08 \text{ mm}$$

$$C = \frac{\frac{L}{2} - L_1}{2} + \frac{L}{4\pi} \sin \left(\frac{2\pi L_1}{L} \right) = 40.9 \text{ mm}$$

$$S_1 = 113.1 \text{ mm}^2.$$

$$S_2 = 314.15 \text{ mm}^2.$$

$$I_1 = 1017.9 \text{ mm}^4.$$

$$I_2 = 7854 \text{ mm}^4.$$

$$M = 0.335 \text{ Kg}$$

$$\mu = 0.14$$

$$f = 855 \text{ Hz}$$

CORRECTION PARTIE (C)

Mécanique des Fluides

Partie A :

1-1 :

- L'épaisseur du film du fluide est très faible comparé aux autres dimensions, ce qui revient à négliger la variation de la pression dans cette direction de h_i ,

$$\frac{\partial P}{\partial y} = 0$$

- les forces de volume, sur les fluides dus à la pesanteur sont négligeables devant les forces de pression,

$$\rho g_{xi} = 0$$

L'écoulement est laminaire et permanent : $\frac{\partial}{\partial t} = 0$

Le lubrifiant obéit à la loi de Newton, sa viscosité est constante et il est incompressible,

La composante de vitesse du fluide selon l'épaisseur du film est très faible devant les autres

composantes : $v(t, x, y, z) = \frac{dh}{dt} \llll u$ et à w

$$\frac{\partial u}{\partial y} \ggg \frac{\partial u}{\partial x} \text{ et } \frac{\partial u}{\partial y} \ggg \frac{\partial u}{\partial z}$$

$$\frac{\partial v}{\partial y} \ggg \frac{\partial v}{\partial x} \text{ et } \frac{\partial v}{\partial y} \ggg \frac{\partial v}{\partial z}$$

$$\frac{\partial w}{\partial y} \ggg \frac{\partial w}{\partial x} \text{ et } \frac{\partial w}{\partial y} \ggg \frac{\partial w}{\partial z}$$

$$\rho(0 + u \cdot 0 + v \cdot 0 + w \cdot 0) = 0 = -\frac{\partial p}{\partial x} + 0 + \mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{1}{3} \mu \frac{\partial(\text{div} \vec{U})}{\partial x}$$

$$\rho(0 + u \cdot 0 + v \cdot 0 + w \cdot 0) = 0 = -\frac{\partial p}{\partial y} + 0 + \mu \cdot 0 + \frac{1}{3} \mu \frac{\partial(\text{div} \vec{U})}{\partial y}$$

$$\rho(0 + u \cdot 0 + v \cdot 0 + w \cdot 0) = 0 = -\frac{\partial p}{\partial z} + 0 + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{1}{3} \mu \frac{\partial(\text{div} \vec{U})}{\partial z}$$

1-2

$$\operatorname{div}\vec{U} = 0$$

$$0 = -\frac{\partial p}{\partial x} + 0 + \mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

$$0 = -\frac{\partial p}{\partial y}$$

$$0 = -\frac{\partial p}{\partial z} + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}$$

1-3

$$0 = -\frac{\partial p}{\partial x} + 0 + \mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{\partial p}{\partial x} = \mu \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)$$

$$0 = \frac{\partial p}{\partial y}$$

$$0 = -\frac{\partial p}{\partial z} + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{\partial p}{\partial z} = \mu \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)$$

- Paroi fixes : $y=0$ $u=0$ et $w=0$
- $Y=h$ $u=0$ et $w=0$

$$dy \left(\frac{dp}{dx} \right) = \mu d \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right) \Rightarrow \left(\frac{dp}{dx} \right) y^2 + C_1 y + C_2 = u$$

$$dy \left(\frac{dp}{dz} \right) = \mu d \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right) \Rightarrow \left(\frac{dp}{dz} \right) y^2 + C_1 y + C_2 = w$$

$$u = \frac{1}{2\mu} \left(\frac{dp}{dx} \right) (y^2 - yh)$$

$$w = \frac{1}{2\mu} \left(\frac{dp}{dz} \right) (y^2 - yh)$$

1-4

$$\operatorname{div}\vec{U} = 0 \Leftrightarrow \operatorname{div}\vec{U} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$$

$$\left[\frac{1}{2\mu} (y^2 - yh) \right] \left[\frac{d}{dz} \left(\frac{dp}{dz} \right) + \frac{d}{dx} \left(\frac{dp}{dx} \right) \right] + \left(\frac{d}{dy} \left(\frac{dv}{dt} \right) \right) = 0$$

- Régime stationnaire :

$$\operatorname{div}\vec{U} = 0 \quad \text{et} \quad \frac{\partial}{\partial t} = 0 \Rightarrow \left[\frac{d}{dz} \left(\frac{dp}{dz} \right) + \frac{d}{dx} \left(\frac{dp}{dx} \right) \right] = 0$$

$$\left(\frac{d^2 p}{dz^2} \right) + \left(\frac{d^2 p}{dx^2} \right) = 0$$

1-5

$$\frac{d^2 p}{dx^2} = 0 \Rightarrow \frac{d}{dx} \left(\frac{dp}{dx} \right) = 0 \Rightarrow P = K_1 x + K_2$$

$$x = a; P = P_{ai} \text{ et } x = a + b \quad P = 0$$

$$P(x) = -\frac{P_{ai}}{b} x + P_{ai} \frac{a+b}{b}$$

1-6

$$F = 2(P_{ai} L a + L \int_a^{a+b} \left(-\frac{P_{ai}}{b} x + P_{ai} \frac{a+b}{b} \right) dx$$

$$F = 2LP_{ai} \left[\frac{(a+b)^2}{2b} - \frac{a^2}{2b} \right] = LP_{ai} (b+2a)$$

1-7

$$u(y) = \frac{1}{2\mu} \left(\frac{dP}{dx} \right) y(y - h_i)$$

$$Q_s = 2 \int u ds$$

$$Q_s = 2 \frac{1}{2\mu} \left(-\frac{P_{ai}}{b} \right) L \int_0^h y(y - h_i) dy = -\frac{LP_{ai}}{\mu b} \left[\frac{y^3}{3} - \frac{y^2}{2} h \right]_0^h = -\frac{LP_{ai}}{\mu b} \left[\frac{h^3}{3} - \frac{h^3}{2} \right] = \frac{LP_{ai}}{\mu b} \frac{h^3}{6}$$

$$Q_s = P_{ai} \frac{L}{\mu b} \frac{h^3}{6}$$

1-8 La conservation du débit :

$$Q_s = P_{ai} \frac{L}{\mu b} \frac{h^3}{6} = Q_c = \pi R_c^2 \frac{1}{\mu l} (P_e - P_{ai})$$

$$\frac{h^3}{6} = \pi R_c^2 \frac{b}{Ll} \frac{P_e - P_{ai}}{P_{ai}} \Leftrightarrow h^3 = 6\pi R_c^2 \frac{b}{Ll} \left[\frac{P_e}{P_{ai}} - 1 \right]$$

Partie B :

2-1

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{h - h_2}{b - x} = \frac{h_1 - h_2}{b} \Leftrightarrow (h - h_2) = (b - x) \operatorname{tg} \alpha \Leftrightarrow h = h_2 + (b - x) \operatorname{tg} \alpha$$

2-2

$$\frac{dp}{dx} = 6\mu U \frac{h - h^*}{h^3} \Rightarrow dp = 6\mu U \frac{h - h^*}{h^3} dx \Leftrightarrow p = 6\mu U \frac{h - h^*}{h^3} x + C_1$$

$$dp = -\frac{6\mu U}{\text{tg}\alpha} \left(\frac{1}{h^2} - \frac{h^*}{h^3} \right) dh \Rightarrow dp = -\frac{6\mu U}{\text{tg}\alpha} (h^{-2} - h^* h^{-3}) dh \Rightarrow P = -\frac{6\mu U}{\text{tg}\alpha} \left(-\frac{1}{h} + 2\frac{h^*}{h^2} \right) + C_1$$

$$P = \frac{6\mu U}{\text{tg}\alpha} \left(\frac{1}{h} - 2\frac{h^*}{h^2} \right) + C_1$$

2-3

- ✓ pour $x=0$ soit $h=h_1$ on a $P(h_1)=0$
- ✓ pour $x=b$ soit $h=h_2$ on a $P(h_2)=0$

$$h^* = \frac{2h_1 h_2}{h_1 + h_2} \quad C_1 = -\frac{1}{h_1 + h_2}$$

$$P = \frac{6\mu U}{\text{tg}\alpha} \left(\frac{1}{h} - 2\frac{h^*}{h^2} \right) + C_1 \Rightarrow P = \frac{6\mu U}{\text{tg}\alpha} \left(\frac{1}{h} - \frac{1}{h^2} \frac{h_1 h_2}{h_1 + h_2} - \frac{1}{h_1 + h_2} \right)$$

2-4

$$P = \frac{6\mu U}{\text{tg}\alpha} \left(\frac{1}{h} - \frac{1}{h_1 + h_2} \right)$$

si h diminue (x croît) la pression croît

inversement si h croît (x diminue) la pression décroît

2-5

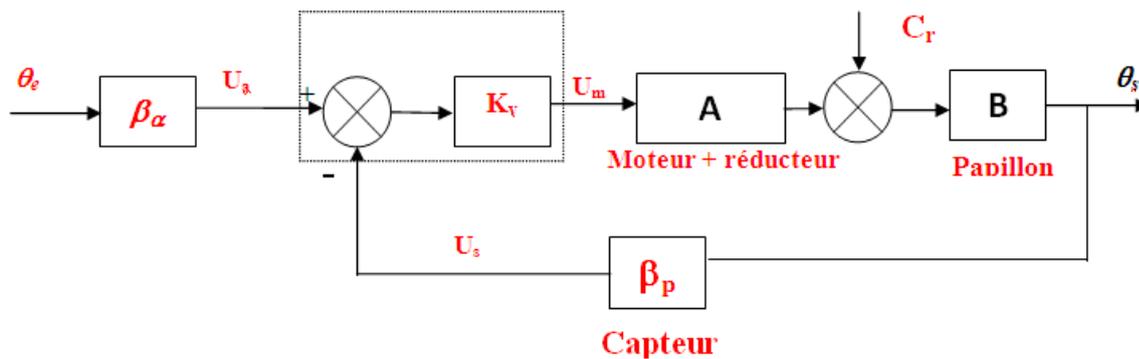
L'accroissement de la pression aux coins du côté h_2 , engendre l'augmentation de la force au coin, donc un moment est créé pour faire ramener le palier à sa position d'équilibre

CORRECTION PARTIE (D)

Systemes lineaires- Asservissement

D.1 Modélisation

D.1.1



D.1.2

$$\rightarrow U_m(p) = E(p) + R \frac{I(p)}{p + L}$$

$$\rightarrow C_m(p) - C_r(p) = J p^2 \Omega_m(p) + f_m r^2 \Omega_m(p)$$

$$\rightarrow C_m(p) = Km I(p)$$

$$\rightarrow E(p) = K_E \Omega_m(p)$$

$$\rightarrow \Omega_s(p) = p \theta_s(p)$$

D.2 Etude du système en boucle ouverte

D.2.1

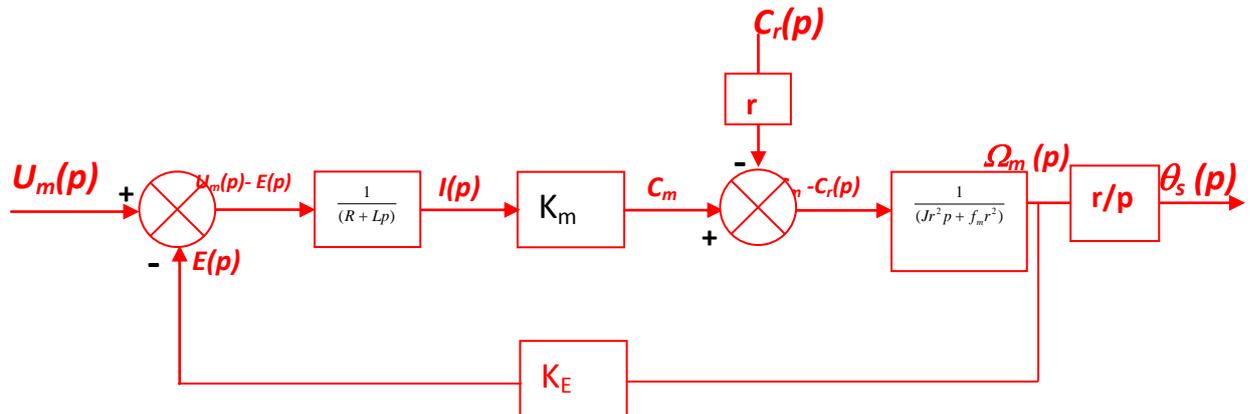
$$\rightarrow \frac{U_m(p) - E(p)}{R + L p} = I(p)$$

$$\rightarrow C_m(p) = Km I(p);$$

$$\rightarrow \frac{C_m(p) - C_r(p)}{(J p + f_m) r^2} = \Omega_m(p)$$

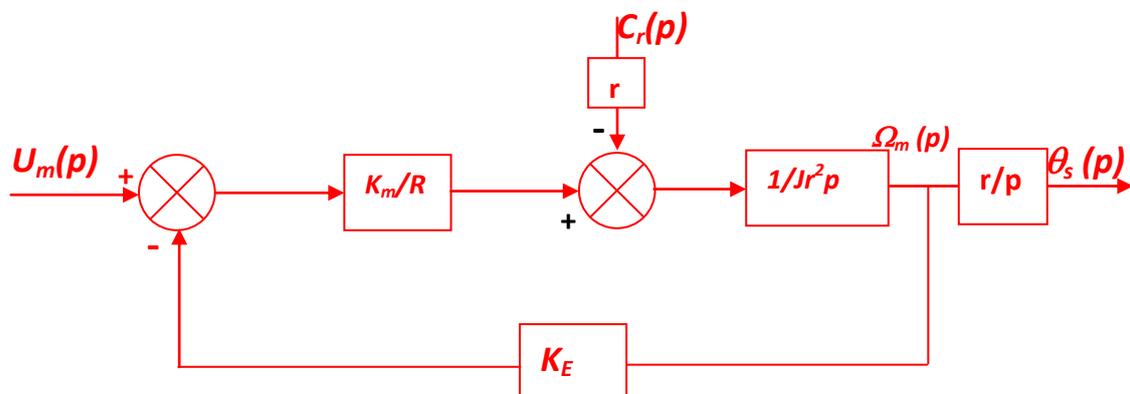
$$\rightarrow E(p) = K_E \Omega_m(p);$$

$$\rightarrow \Omega_s(p) = p \theta_s(p) \text{ et } \Omega_s(p) = r \Omega_m(p) \text{ (rapport de réduction);}$$



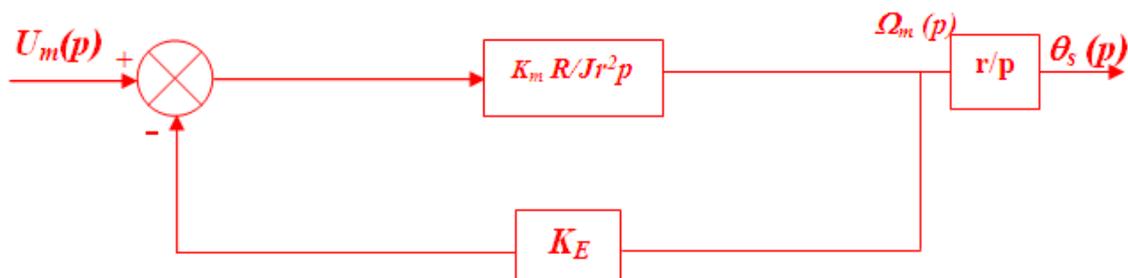
D.2.2

Alors L et f sont négligeables : $L=0$ et $f=0$; le schéma de la question D.2.1 devient :



D.2.3

Pour $C_r=0$



La fonction de transfert $G(p)$ devient:

$$G(p) = \frac{\theta_s(p)}{U_m(p)} = \frac{\frac{K_m}{R Jr^2 p}}{1 + \frac{K_m K_E}{R Jr^2 p}} \frac{r}{p} = \frac{K_m}{(K_m K_E + R Jr^2 p)} \frac{r}{p}$$

D.2.4

$G(p)$ est une fonction de transfert d'un système du second ordre apériodique ;

Les pôles sont :

$$p = 0 \text{ et } p = -\frac{K_m K_E}{R Jr^2} ; p = -20$$

D.3 Etude des performances du système en boucle fermée

D.3.1

La fonction de transfert $H(p)$ en boucle fermée est :

$$H(p) = \frac{\theta_s(p)}{U_a(p)} = \frac{K_v G(p)}{1 + K_v \beta_p G(p)} = \frac{K_v \frac{K_m}{(K_m K_E + R Jr^2 p)} \frac{r}{p}}{1 + K_v \beta_p \frac{K_m}{(K_m K_E + R Jr^2 p)} \frac{r}{p}} = \frac{K_v K_m r}{(K_m K_E + R Jr^2 p)p + K_v \beta_p K_m r}$$

$$H(p) = \frac{\theta_s(p)}{U_a(p)} = \frac{K_v K_m r}{K_v \beta_p K_m r + K_m K_E p + R Jr^2 p^2}$$

D.3.2

$H(p)$ s'écrit sous la forme canonique :

$$H(p) = \frac{\frac{K_v K_m r}{\beta_p K_v K_m r}}{\frac{K_v \beta_p K_m r}{K_v \beta_p K_m r} + \frac{K_m K_E}{\beta_p K_v K_m r} p + \frac{R Jr^2}{\beta_p K_v K_m r} p^2} = \frac{\frac{1}{\beta_p}}{1 + \frac{K_E}{\beta_p K_v r} p + \frac{R Jr}{\beta_p K_v K_m} p^2} = \frac{1}{1 + \frac{2m}{\omega_0} p + \frac{1}{\omega_0^2} p^2}$$

Ce qui donne, après identification des paramètres caractéristiques :

- Gain statique $\mathbf{K=1/\beta_p}$;
- Pulsation propre non amortie : $\frac{1}{\omega_0^2} = \frac{R Jr}{\beta_p K_v K_m} \rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{\beta_p K_v K_m}{R Jr}} = \sqrt{\frac{\beta_p K_m}{R Jr}} \sqrt{K_v}$
- Et le facteur d'amortissement : $\frac{2m}{\omega_0} = \frac{K_E}{\beta_p K_v r} \rightarrow m = \frac{K_E}{2\beta_p K_v r} \omega_0$

$$m = \frac{K_E}{2\beta_p K_v r} \sqrt{\frac{\beta_p K_m}{R J r}} \sqrt{K_v} = \sqrt{\frac{K_E^2 \beta_p K_m}{4 r^2 \beta_p^2 R J r}} \frac{1}{\sqrt{K_v}} = \sqrt{\frac{K_E^2 K_m}{4 r^3 \beta_p R J}} \frac{1}{\sqrt{K_v}}$$

AN :

- $K=(1/\square_p)=1/0,02 ; K=50 ;$

- $\omega_0 = \sqrt{\frac{K_v K_m}{R J r}} = \sqrt{\frac{0,02 \cdot 0,05}{10 \cdot 10^{-3} \cdot 0,05}} \sqrt{K_v} = \sqrt{2} \sqrt{K_v} = 1,41 \sqrt{K_v} \rightarrow \omega_0 = 1,41 \sqrt{K_v}$

- $m = \frac{K_E}{2\beta_p K_v r} \omega_0 = \frac{0,01}{2 \cdot 0,02 \cdot 0,05} \frac{1,41 \sqrt{K_v}}{K_v} = \frac{0,01}{2 \cdot 0,02 \cdot 0,05} \frac{1,41}{\sqrt{K_v}} = 7,05 / \sqrt{K_v}$

$\rightarrow m = 7,05 / \sqrt{K_v}$

D.3.3

$$D(p) = 1 + \frac{K_E}{\beta_p K_v r} p + \frac{R J r}{\beta_p K_v K_m} p^2$$

Avec :

- $a_0 = 1; a_1 = \frac{K_E}{\beta_p K_v r} ; + a_2 = \frac{R J r}{\beta_p K_v K_m}$
- $b_0 = a_0 = 1$. le système est stable quelque soit K_v .

D.3.4

Le temps de réponse à 5% (durée au-delà de laquelle la réponse reste comprise entre 0,95 et 1,05 fois la réponse pour t tendant vers l'infini) varie suivant la valeur du coefficient d'amortissement m :

Pour $m=0,7$: le système présente un dépassement faible, inférieur à 5%, avec le temps de réponse le plus faible.

$$m = \frac{7,05}{\sqrt{K_v}} \text{ Ce qui donne } \sqrt{K_v} = \frac{7,05}{m} \rightarrow K_v = \left(\frac{7,05}{0,7}\right)^2 = 101,43 \rightarrow K_v = \mathbf{101,43}.$$

D.3.5

Par application du théorème de la valeur finale pour une entrée en échelon d'amplitude $e_0=20^\circ$.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \theta_s(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot \theta_s(p) = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot H(p) \cdot \beta_a \cdot \theta_e(p) = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot H(p) \cdot \frac{e_0}{p} = \frac{\beta_a}{\beta_p} e_0 = e_0 = 20^\circ$$

Car $\beta_a = \beta_p$

Donc $s(t \rightarrow \infty) = \theta_s(t) = 20^\circ$ et l'erreur statique $= \theta_s(t) - \theta_e(t) = 0^\circ$.

D.3.6

$$\omega_0 t_r = 3 \text{ Donc } t_r = \frac{3}{\omega_0} = \frac{3}{1,41\sqrt{K_v}} = \frac{3}{1,41\sqrt{101,43}}$$

D'où : $t_r = 0,21$.

REPUBLIQUE TUNISIENNE

MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT
SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE
SCIENTIFIQUE



الجمهورية التونسية

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

CONCOURS DE RECRUTEMENT
DES TECHNOLOGUES EN GENIE MECANIQUE

مناظرة انتداب التكنولوجيا في الهندسة الميكانيكية

SESSION 2015 دورة

Epreuve de Technologie

اختبار في التكنولوجيا

DUREE : 6 HEURES

المدّة: ست (6) ساعات

Aucun document n'est autorisé.

Moyens de calculs autorisés : calculatrice de poche, y compris calculatrice programmable et alphanumérique à fonctionnement autonome, non imprimante.

En aucune manière la calculatrice ne pourra posséder de données scientifiques ou techniques propres au Génie Mécanique.

Dès la distribution du sujet, le candidat s'assurera que l'exemplaire du dossier remis est complet.

L'épreuve est composée :

- *d'un cahier d'énoncés et d'annexes des parties indépendantes :*

- *Présentation du thème d'étude*
- *Partie (I)*
- *Partie (II)*
- *Partie (III)*
- *Partie (IV)*

- *d'un dossier Technique qui comporte les documents :*

- *Document (0.DT01),*
- *Document (0.DT02),*
- *Document (IV.DT00),*

- *d'un dossier documents réponse qui comporte les documents à rendre :*

- *Partie (I) : Document réponse I.DR01*
- *Partie (II) : Documents réponse II.DR01, II.DR02, II.DR03, II.DR04*
- *Partie (III) : Documents réponse III.DR01, III.DR02, III.DR03, III.DR04*
- *Partie (IV) : Document réponse IV.DR01*

DEROULEMENT DE L'EPREUVE :

L'épreuve comporte quatre parties indépendantes.

Les auteurs de l'épreuve recommandent de répartir le temps de travail de la façon suivante :

Partie (I) : Technologie de Conception	: durée : 2h 00 min
Partie (II) : Technologie de Production	: durée : 1h 30 min
Partie (III) : Sciences des Matériaux	: durée : 1h 30 min
Partie (IV) : Automatisme	: durée : 1h 00 min

RECOMMANDATIONS :

- Lire attentivement et intégralement l'épreuve avant de commencer à traiter le sujet ;
- Soigner la qualité de la synthèse et de la présentation ;
- Chacune des quatre parties de l'épreuve doit être rédigée sur des feuilles séparées ;
- Numérotter les copies de la façon suivante : **1/n, 2/n, ..., n/n** (en supposant qu'il y a **n** feuilles au total)

PRESENTATION DU THEME D'ETUDE

LIGNE DE CONDITIONNEMENT DE CREME DESSERT

1. Mise en situation :

L'épreuve porte sur une ligne de conditionnement appelée « Doseuse remplisseuse » destinée à conditionner des crèmes dessert dans des pots en matière plastique de différentes contenances (**Figure 0.1**)

2. Description :

Les différents postes de la ligne de conditionnement ont pour but de :

- Fabriquer des pots à partir d'une bande en plastique,
- Remplir ces pots de produits frais,
- Les fermer avec un couvercle (opercule),
- Les découper en unités de vente par packs de 4 ou 6 pots.

La « Doseuse remplisseuse » possède les principaux postes suivants :

Poste 0 : Avance de la bande

La bande en plastique est déroulée à partir d'une bobine motorisée puis tractée à l'aide d'une chaîne à picots d'entraînement. Elle avance pas à pas sur toute la longueur de la ligne de conditionnement. C'est pendant l'arrêt de la bande que chaque poste de la « Doseuse remplisseuse » effectue une opération.

Poste 1 : Chauffage

Une presse de chauffage, équipée d'une boîte de chauffe, amène la bande en plastique à sa température de malléabilité en vue de formage de 12 pots.

Poste 2 : Formage

Une presse de thermoformage dans laquelle la bande plastique, rendue malléable par son passage dans la boîte de chauffe, est thermoformée (formée à chaud). Les 12 pots sont formés simultanément.

Poste 3 : Dosage

Deux pompes doseuses, montées en série et équipées de 6 buses chacune, injectent la quantité de crème nécessaire dans les 12 pots préalablement formés. Les pots remplis sont sous atmosphère ultra propre jusqu'à leur obturation grâce à une hotte à flux laminaire.

Poste 4 : Datage

Une unité d'impression assure l'impression de la Date Limite de Consommation (DLC) sur le film d'opercules.

Poste 5 : Scellage

Une presse de scellage assure le soudage des opercules préalablement datées sur les 12 pots. Le film d'opercules est déroulé à partir d'une bobine motorisée puis tracté, lors de l'avance d'un pas, par l'ensemble du train de pots fermés précédemment.

Poste 6 : Découpage

Une presse assure simultanément le découpage des 12 pots au format choisi des packs de 4 ou 6 pots (selon l'outillage de découpe monté), de réaliser les arrondis dans les angles et de prédécouper chaque pot pour le rendre sécable.

SCHEMA DE LA DOSEUSE REMPLISSEUSE

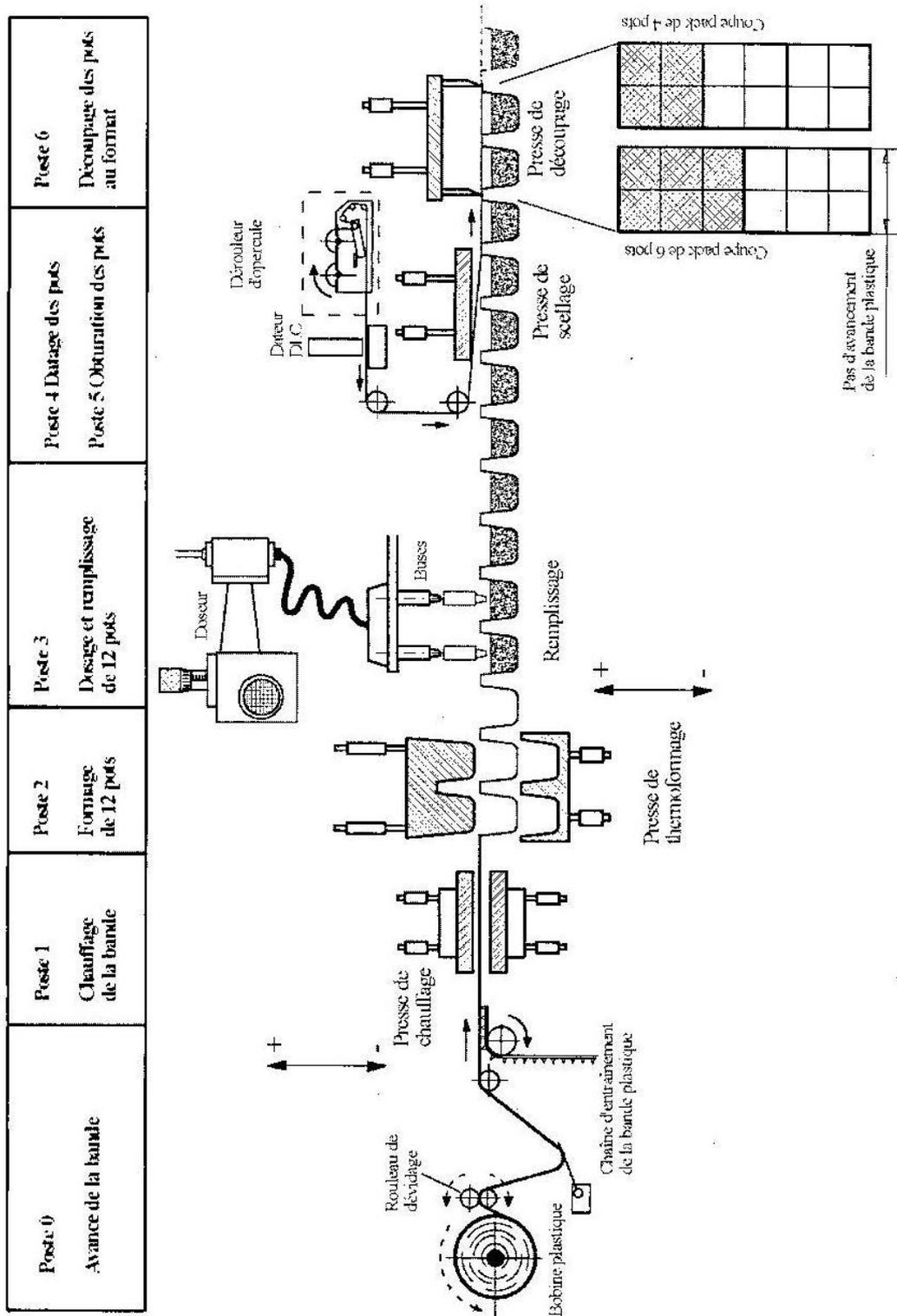


Figure 0.1 Les différents postes de la ligne de conditionnement de crème dessert

PARTIE (I)

Technologie de Conception

I.A : ENONCES (I) : (de la page PARTIE (I) 2/9 à la page PARTIE (I) 6/9)

1^{ère} section : Etude technologique

2^{ème} section : Etude cinématique

3^{ème} section : Mobilité et hyperstatisme du mécanisme

4^{ème} section : Etude de la liaison vis sans fin (3)/ carter (1)

5^{ème} section : Etude graphique

I.B : ANNEXES (I) : (de la page PARTIE (I) 7/9 à la page PARTIE(I) 9/9)

Document I.DT01 : Caractéristiques des roulements à rouleaux coniques

Document I.DT02 : Dimensions des écrous à encoches et joints à lèvres

Document I.DT03 : Méthode de calcul ISO pour les roulements à rouleaux coniques et à contacts obliques

I.C : DOCUMENT REPONSE (I) (fourni dans le dossier documents réponse)

Document I.DR01 : Etude graphique

Cette partie porte sur le mécanisme de commande de la première pompe doseuse utilisée au niveau du poste de dosage de la ligne de conditionnement. Ce mécanisme de commande est représenté par le dessin d'ensemble du Document **0.DT01** et le dessin de « l'ensemble manivelle » Document **0.DT02** (fournis dans le dossier documents techniques). Le mécanisme de commande est accouplé à un moteur électrique en M et l'autre extrémité de l'arbre est utilisée pour l'entraînement du mécanisme de commande de la deuxième pompe doseuse (identique à la première). La pompe (P), représentée en trait fin, est une pompe à piston à déplacement linéaire de course C.

Données

Cadence du mécanisme de commande :	$Cad=25$ coups par minute
Puissance du moteur :	$P_m=2Cv$.
Nombre de filets de la vis (3) :	$Z_3=1$ filet
Nombre de dents de la roue (2) :	$Z_2=58$ dents
Angle de pression de l'engrenage (3)/(2) :	$\alpha=20^\circ$
Angle d'inclinaison de l'hélice de la roue (2) :	$\beta=8^\circ$

1^{ère} Section : Etude technologique

Q1) Que représentent les pièces (7), (8) et (10) et quelles sont leurs fonctions respectives ?

Q2) Décrire et critiquer la solution utilisée pour le guidage en rotation de la vis sans fin (3) par rapport au carter (1).

Q3) Le sens de rotation du moteur est indiqué sur le dessin d'ensemble (Document **0.DT01**). Expliquer pour quelle raison ce sens doit être impérativement respecté ?

Q4) Quels types de matériaux doit-on choisir respectivement pour les pièces (1), (2) et (3) ? Justifier votre réponse. Donner par sa désignation un exemple de nuance pour chacun des trois types de matériaux choisis.

Q5) Quel est le type de la liaison entre chacun des couples de pièces suivants ? Décrire la solution utilisée pour la réalisation de chaque liaison.

(1)/(2) ; (2)/(29) ; (29)/(35) ; (35)/(19) ; (19)/(17) ; (19)/(2) ; (17)/(16) ; (16)/(15) ; (29)/(25) ; (25)/(26), (26)/(24).

Q6) Décrire la solution utilisée pour le réglage de la course du coulisseau (16) en indiquant les différentes pièces mises en jeu pendant l'opération de réglage.

Q7) Le réglage de la course doit-il être fait à l'arrêt et/ou en marche ?

Q8) Quel est le mouvement relatif entre (29) et (19) : **a)** pendant le fonctionnement du mécanisme pour une position de réglage fixée ? **b)** pendant l'étape de réglage ?

Q9) Proposer alors une autre solution de la liaison entre (29) et (19) satisfaisant le fonctionnement.

Q10) Quel est le rôle de l'ensemble des pièces (36) et (37) ? Choisir un type de matériau pour la pièce (37) en justifiant votre choix.

Q11) Quel est le nom, la fonction et le type de matériau de la pièce (21) ?

Q12) Quel est le rôle des rainures R (coupe G-G) sur la pièce (15) ?

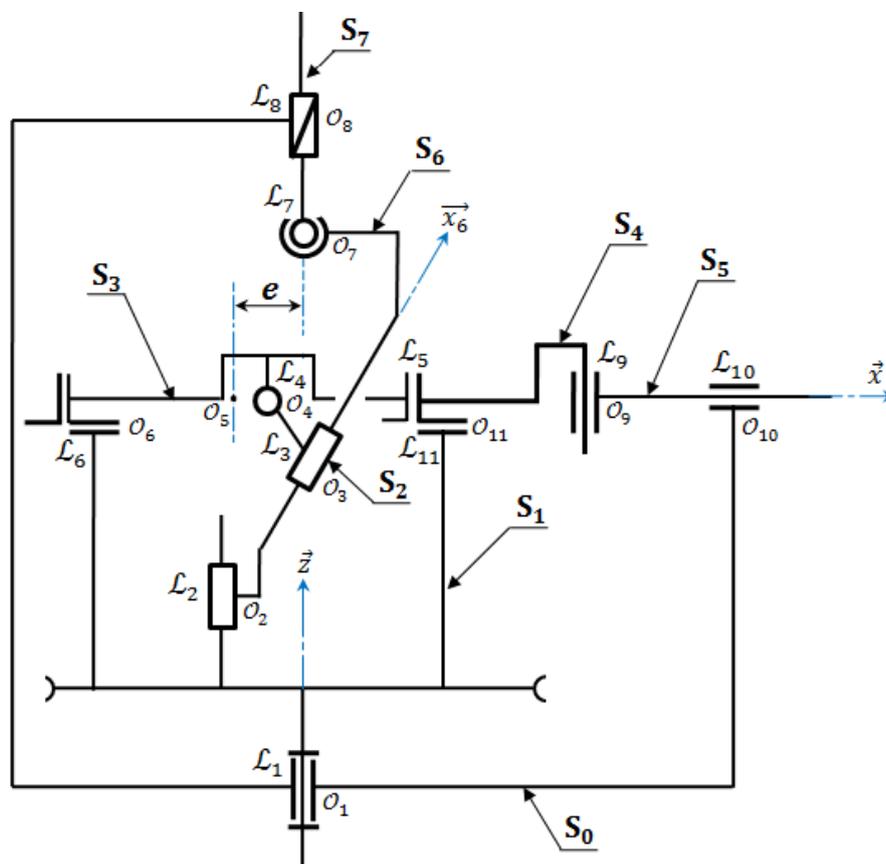
2^{ème} Section : Etude cinématique

Q13) Calculer la fréquence de rotation N_m du moteur électrique.

Q14) Sachant que le système est représenté dans la position de réglage donnant la course maximale C_{Max} . Déterminer la valeur de C_{Max} (Mesurer les cotes utiles sur le dessin d'ensemble du Document **0.DT01**).

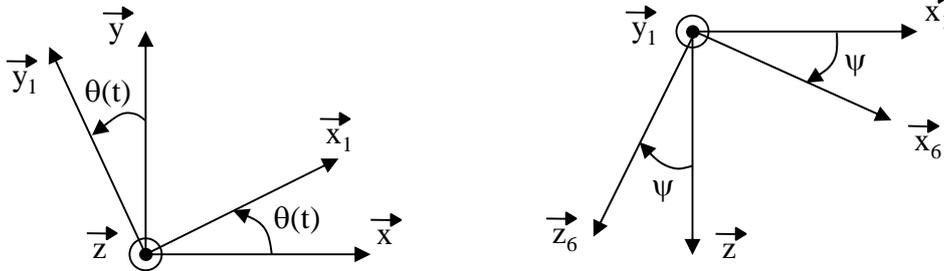
3^{ème} Section : Mobilité et hyperstatisme du mécanisme

La figure ci-dessous représente le schéma cinématique du mécanisme de commande de la pompe doseuse (La vis sans fin (3) a été retirée et ne sera pas considérée dans cette section). Pour simplifier la représentation et la lecture, ce schéma a été représenté dans une position particulière qui correspond au « point mort bas » du système « bielle-manivelle ».



On considère les trois repères orthonormés directs suivants :

- $R(O_1, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ lié à S_0 ,
- $R_1(O_1, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z})$ lié à S_1 tel que $(\vec{x}, \vec{x}_1) = (\vec{y}, \vec{y}_1) = \theta(t)$,
- $R_6(O_3, \vec{x}_6, \vec{y}_1, \vec{z}_6)$ lié à S_6 tel que $(\vec{x}_1, \vec{x}_6) = (\vec{z}, \vec{z}_6) = \psi$,



On note par :

- O_i : le centre de la liaison \mathcal{L}_i , avec $i = 1, \dots, 11$
- e : excentricité
- \mathcal{L}_5 : la liaison entre (S_3) et (S_4)

On donne :

$$\begin{aligned} \overrightarrow{O_1O_2} &= a_2\vec{x} + b_2\vec{y} + c_2\vec{z} ; & \overrightarrow{O_1O_3} &= a_3\vec{x} + b_3\vec{y} + c_3\vec{z} ; & \overrightarrow{O_1O_4} &= a_4\vec{x} + b_4\vec{y} + c_4\vec{z} ; \\ \overrightarrow{O_1O_5} &= a_5\vec{x} + b_5\vec{y} + c_5\vec{z} ; & \overrightarrow{O_1O_6} &= a_6\vec{x} + c_6\vec{z} ; & \overrightarrow{O_1O_7} &= c_7\vec{z} ; & \overrightarrow{O_1O_8} &= c_8\vec{z} ; & \overrightarrow{O_1O_9} &= a_9\vec{x} + c_9\vec{z} ; \\ \overrightarrow{O_1O_{10}} &= a_{10}\vec{x} + c_{10}\vec{z} ; & \overrightarrow{O_1O_{11}} &= a_{11}\vec{x} + c_{11}\vec{z} . \end{aligned}$$

Q15) En se référant au dessin d'ensemble (Document **0.DT01**), identifier les pièces constituant chacune des classes d'équivalence du mécanisme : $(S_0), (S_1), \dots, (S_7)$.

Exemple : $(S_0) = \{(1), (5), (6), \dots\}$

Q16) Etablir le graphe des liaisons du mécanisme.

Q17) Déterminer le nombre de chaînes continues fermées indépendantes du mécanisme.

Q18) Ecrire, par ses composantes dans la base du repère $R(O_1, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$, le torseur cinématique de chacune des liaisons au point O_1 .

Q19) Par une étude cinématique, déterminer le degré de mobilité m du mécanisme. Identifier chacune des mobilités déterminées.

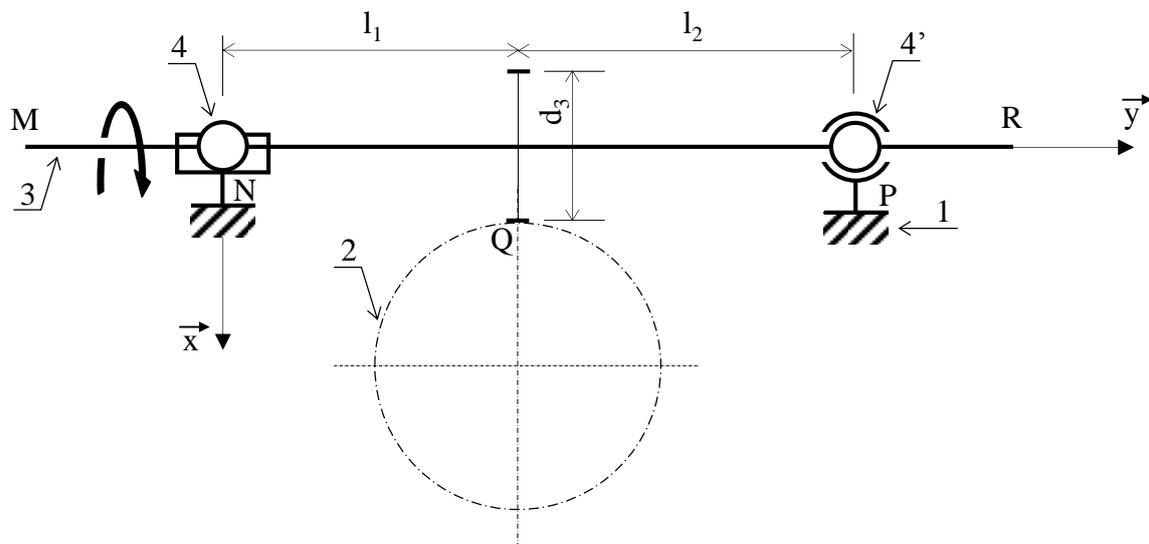
Q20) En déduire le degré d'hyperstatisme h du mécanisme.

Q21) Ecrire, par ses composantes dans la base du repère $R(O_1, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$, le torseur statique de chacune des liaisons au point O_1 .

Q22) Par une étude statique, déterminer les relations entre les inconnues statiques du mécanisme.

4^{ème} Section : Etude de la liaison vis sans fin (3)/ carter (1)

Le montage des roulements (4) et (4') n'est pas satisfaisant. Pour cela, on se propose de remplacer ces roulements par deux roulements à rouleaux coniques, appelés aussi (4) et (4') de désignations respectivement 17KB02 et 17KB03. Le schéma cinématique suivant donne une modélisation simplifiée de la liaison vis sans fin (3)/carter (1).



On donne :

$$l_1=50\text{mm}, l_2=66\text{mm}, d_3=28\text{mm}.$$

Q23) Sachant que la vis sans fin présente une hélice à droite, écrire par leurs composantes, dans la base $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$, les torseurs des actions mécaniques extérieures à la vis sans fin (3) :

- $\{\tau_M\}$ relatif à l'action du moteur électrique en M,
- $\{\tau_R\}$ relatif à l'action du mécanisme de commande de la deuxième pompe doseuse en R,
- $\{\tau_N\}$ transmissible par le roulement (4),
- $\{\tau_P\}$ transmissible par le roulement (4'),
- $\{\tau_Q\}$ relatif à l'action de la roue (2).

On note par :

- F_T, F_R et F_A : respectivement l'effort tangentiel, radial et axial de la roue (2) sur la vis (3),
- C_m : le couple du moteur électrique.

Q24) Par application du principe fondamental de la statique au point P à la vis (3), calculer les composantes du torseur $\{\tau_N\}$ au point N et du torseur $\{\tau_P\}$ au point P.

On donne :

$$F_A = \frac{F_T}{\tan \beta} ; F_R = \frac{F_T}{\sin \beta} \tan \alpha$$

Q25) Par application de la méthode de calcul ISO, calculer en millions de tours les durées de vie $L_{4.10}$ et $L_{4'.10}$ respectivement des roulements (4) et (4').

Q26) Déduire les durées de vie en heures de fonctionnement $L_{4.10H}$ et $L_{4'.10H}$ respectivement des roulements (4) et (4').

Q27) Calculer en heures de fonctionnement la durée de vie $L_{E.10H}$ de l'ensemble des deux roulements (4) et (4').

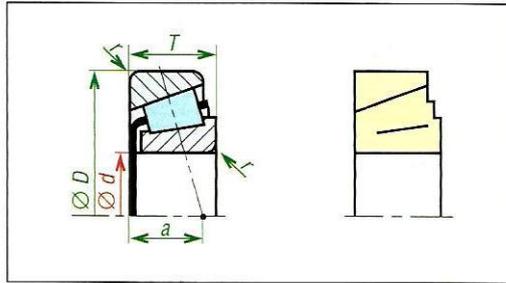
5^{ème} Section : Etude graphique

On se propose dans cette section d'améliorer la solution utilisée pour le guidage en rotation de la roue (2) par rapport au carter (1). La nouvelle solution consiste à assurer ce guidage au moyen de deux roulements à rouleaux coniques identiques (38) et (39) de désignation 30KB02.

Q28) Compléter à l'échelle 1 :1 le dessin d'ensemble partiel du Document **I.DR01** (fourni dans le dossier documents réponse), en assurant :

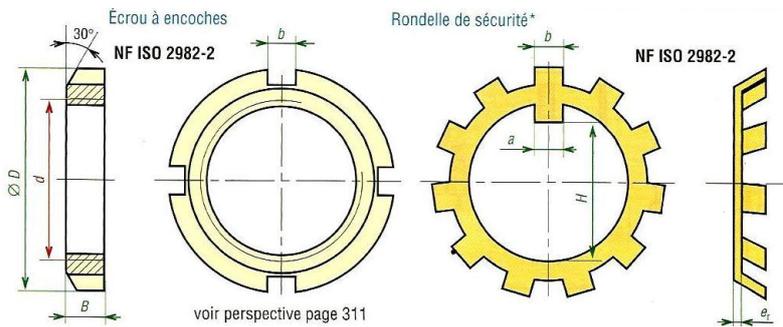
- La liaison complète de l'arbre (40) avec la roue (2).
- Le montage des roulements (38) et (39). Pour assurer le réglage de la position axiale de la roue creuse (2), les deux roulements sont portés par un boîtier centré et fixé sur le carter (1).
- L'étanchéité du mécanisme sachant que les roulements (38) et (39) sont lubrifiés de manière indépendante du reste du mécanisme.
- La cotation des assemblages fonctionnels.

Document I.DT01



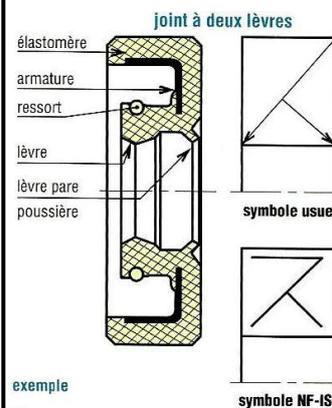
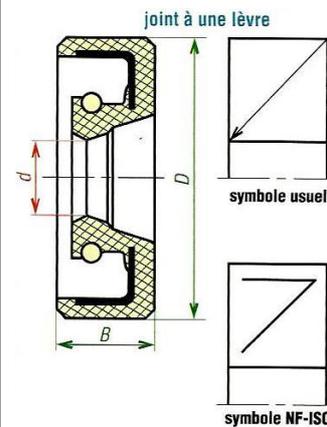
Roulements à rouleaux coniques											
dimensions principales					vitesse limite tr/min graisse	série de base N°	coefficients pour les calculs			charges de base	
d mm	D mm	T mm	a mm	r mm			e	Y	Y ₀	C daN	C ₀ daN
15	42	14,25	9	1	10 000	03	0,28	2,1	1,1	2 200	1 450
17	40	13,25	17	1	10 000	02	0,35	1,7	0,9	1 800	2 000
	47	15,25	10,5	1	9 000	03	0,28	2,1	1,1	2 950	2 650
20	47	15,25	11	1	8 500	02	0,35	1,7	0,9	3 100	3 200
	52	16,25	11	1,5	8 000	03	0,30	2,0	1,1	2 550	3 300
	52	22,25	14	1,5	8 000	23	0,30	2,0	1,1	4 180	4 830
25	47	15,0	12	1	8 000	20	0,43	1,4	0,8	2 850	3 500
	52	16,25	12,5	1,5	7 500	02	0,37	1,6	0,9	3 600	3 950
	62	18,25	12,5	1,5	6 700	03	0,31	2,0	1,0	4 600	4 300
	62	25,25	16	1,5	6 000	23	0,30	2,0	1,1	6 030	7 230
30	62	17,25	14	1,5	6 300	02	0,37	1,6	0,9	4 600	4 900
	62	21,25	15	1,5	6 300	22	0,37	1,6	0,9	5 000	6 200
	72	20,75	16	1,5	5 600	03	0,31	1,9	1,1	5 500	6 100
	72	28,75	18	1,5	5 000	23	0,31	1,9	1,1	7 300	9 000
35	72	18,25	15	1,5	5 300	02	0,37	1,6	0,9	5 800	6 200
	72	24,25	18,5	1,5	5 300	22	0,37	1,6	0,9	7 000	8 200
	80	22,75	16,5	2,0	5 000	03	0,31	1,9	1,1	7 300	8 500
	80	32,75	20,5	2,0	4 500	23	0,31	1,9	1,1	10 000	12 300
40	80	19,75	16,5	2,0	4 800	02	0,37	1,6	0,9	7 800	8 800
	80	24,75	20	2,0	4 800	22	0,37	1,6	0,9	7 800	8 800
	90	25,25	19	2,0	4 500	03	0,35	1,7	1,0	8 900	9 600
	90	35,25	23	2,0	4 300	23	0,35	1,7	1,0	11 500	15 000
45	85	20,75	18	2,0	4 400	02	0,40	1,5	0,8	6 700	7 400
	85	24,75	21	2,0	4 300	22	0,40	1,5	0,8	8 100	9 800
	100	27,25	21	2,0	4 000	03	0,35	1,7	1,0	11 200	12 200
	100	38,25	25	2,0	3 800	23	0,35	1,7	1,0	13 200	17 200
50	90	21,75	19	2,0	4 000	02	0,42	1,4	0,8	7 600	8 900
	90	24,75	21	2,0	4 000	22	0,42	1,4	0,8	9 300	10 000
	110	29,25	23	2,5	3 500	03	0,35	1,7	1,0	12 400	13 400
	110	42,25	27,5	2,5	3 400	23	0,35	1,7	1,0	16 900	21 000
55	100	22,75	20	2,0	3 700	02	0,40	1,5	0,8	9 800	11 400
	100	26,75	24	2,0	3 600	22	0,40	1,5	0,8	10 500	14 100
	120	31,5	24,5	2,5	3 200	03	0,35	1,7	0,9	14 800	16 300
	120	45,5	30,0	2,5	3 200	23	0,35	1,7	1,0	20 600	27 500

Document I.DT02



Principales dimensions normalisées

écrous à encoches				rondelles-freins			
d mm	pas mm	D mm	B mm	H mm	a mm	e _r mm	b mm
M 10	0,75	18	4	8,5	3	1	3
M 12	1	22	4	10,5	3	1	3
M 15	1	25	5	13,5	4	1	4
M 17	1	28	5	15,5	4	1	4
M 20	1	32	6	18,5	4	1	4
M 25	1,5	38	7	23	5	1,25	5
M 30	1,5	45	7	27,5	5	1,25	5
M 35	1,5	52	8	32,5	6	1,25	5
M 40	1,5	58	9	37,5	6	1,25	6
M 45	1,5	65	10	42,5	6	1,25	6
M 50	1,5	70	11	47,5	6	1,25	6
M 55	2	75	11	52,5	8	1,5	7
M 60	2	80	11	57,5	8	1,5	7
M 65	2	85	12	62,5	8	1,5	7
M 70	2	92	12	66,5	8	1,5	8
M 75	2	98	13	71,5	8	1,5	8
M 80	2	105	15	76,5	10	1,8	8
M 85	2	110	16	81,5	10	1,8	8
M 90	2	120	16	86,5	10	1,8	10
M 95	2	125	17	91,5	10	1,8	10
M 100	2	130	18	96,5	12	1,8	10
M 105	2	140	18	100,5	12	1,8	12
M 110	2	145	19	105,5	12	1,8	12
M 115	2	150	19	110,5	12	2	12
M 120	2	155	20	115	14	2	12
M 125	2	160	21	120	14	2	12
M 130	2	165	21	125	14	2	12
M 135	2	175	22	130	14	2	14
M 140	2	180	22	135	16	2	14
M 145	2	190	24	140	16	2	14
M 150	2	195	24	145	16	2	14



exemple

d	D	B
6	16	7
7	22	7
8	22	7
	24	7
9	22	7
10	24	7
	22	7
	26	7
12	24	7
	28	7
15	24	7
	32	7
17	28	7
	35	7
18	30	7
	35	7
20	30	7
	40	7
22	35	7
	40	7
25	35	7
	40	7
28	40	7
	47	7
30	40	7
	47	7
32	45	7
	52	7
35	47	7
	52	7
38	52	7
	62	7
40	52	7
	60	10
42	55	8
	62	8
45	62	8
	65	8

Document I.DT03

L₁₀ Durée de vie du roulement en millions de tours

$$L_{10} = \left[\frac{C}{P} \right]^n$$

C : charge dynamique de base

P : charge dynamique équivalente

n=3 : roulements à billes, n=10/3 : roulements à rouleaux

L_{10H} Durée de vie du roulement en heures de fonctionnement

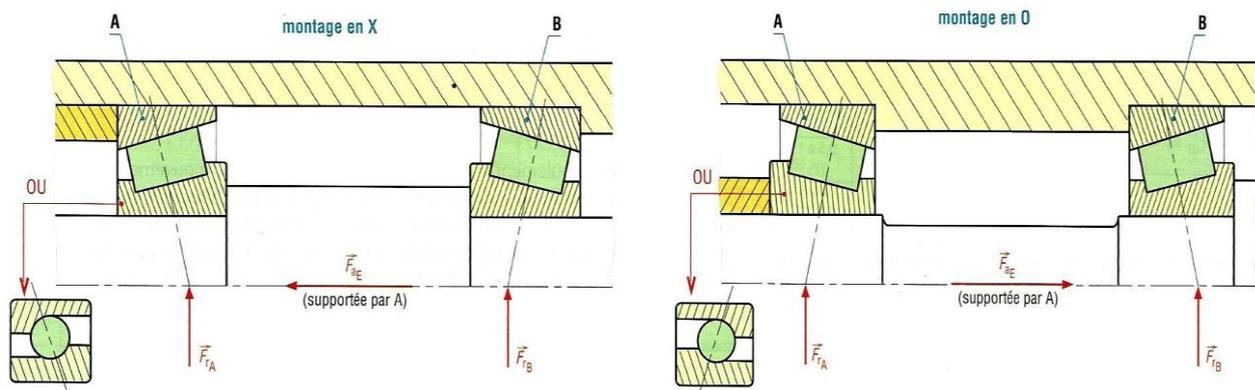
$$L_{10H} = \frac{L_{10} \cdot 10^6}{60 \cdot N}$$

N : fréquence de rotation en tr/min

L_{E.10H} Durée de vie d'un ensemble de n roulements en heures de fonctionnement

$$L_{E.10H} = \left[\left[\frac{1}{L_{1.10H}} \right]^{1,5} + \left[\frac{1}{L_{2.10H}} \right]^{1,5} + \dots + \left[\frac{1}{L_{n.10H}} \right]^{1,5} \right]^{-\frac{1}{1,5}}$$

Méthode de calcul ISO de la charge dynamique équivalente



Méthode de calcul ISO

	cas 1	cas 2
condition à vérifier	$\frac{0,5 F_{rA}}{Y_A} \leq F_{aE} + \left[\frac{0,5 F_{rB}}{Y_B} \right]$	$\frac{0,5 F_{rA}}{Y_A} > F_{aE} + \left[\frac{0,5 F_{rB}}{Y_B} \right]$
charges axiales totales	$F_{aA} = F_{aE} + \frac{0,5 F_{rB}}{Y_B}$ $F_{aB} = \frac{0,5 F_{rB}}{Y_B}$	$F_{aA} = \frac{0,5 F_{rA}}{Y_A}$ $F_{aB} = \frac{0,5 F_{rA}}{Y_A} - F_{aE}$
charges équivalentes P_A et P_B	$P_B = F_{rB}$ si $\frac{F_{aA}}{F_{rA}} > e_A$ alors $P_A = 0,4 F_{rA} + Y_A \cdot F_{aA}$ si $\frac{F_{aA}}{F_{rA}} \leq e_A$ alors $P_A = F_{rA}$	$P_A = F_{rA}$ si $\frac{F_{aB}}{F_{rB}} > e_B$ alors $P_B = 0,4 F_{rB} + Y_B \cdot F_{aB}$ si $\frac{F_{aB}}{F_{rB}} \leq e_B$ alors $P_B = F_{rB}$

SCHEMA DE LA DOSEUSE REMPLISSEUSE

Poste 0 Avance de la bande	Poste 1 Chauffage de la bande	Poste 2 Formage de 12 pots	Poste 3 Dosage et remplissage de 12 pots	Poste 4 Datage des pots Poste 5 Obturation des pots	Poste 6 Découpage des pots au format
--------------------------------------	---	--------------------------------------	--	--	--

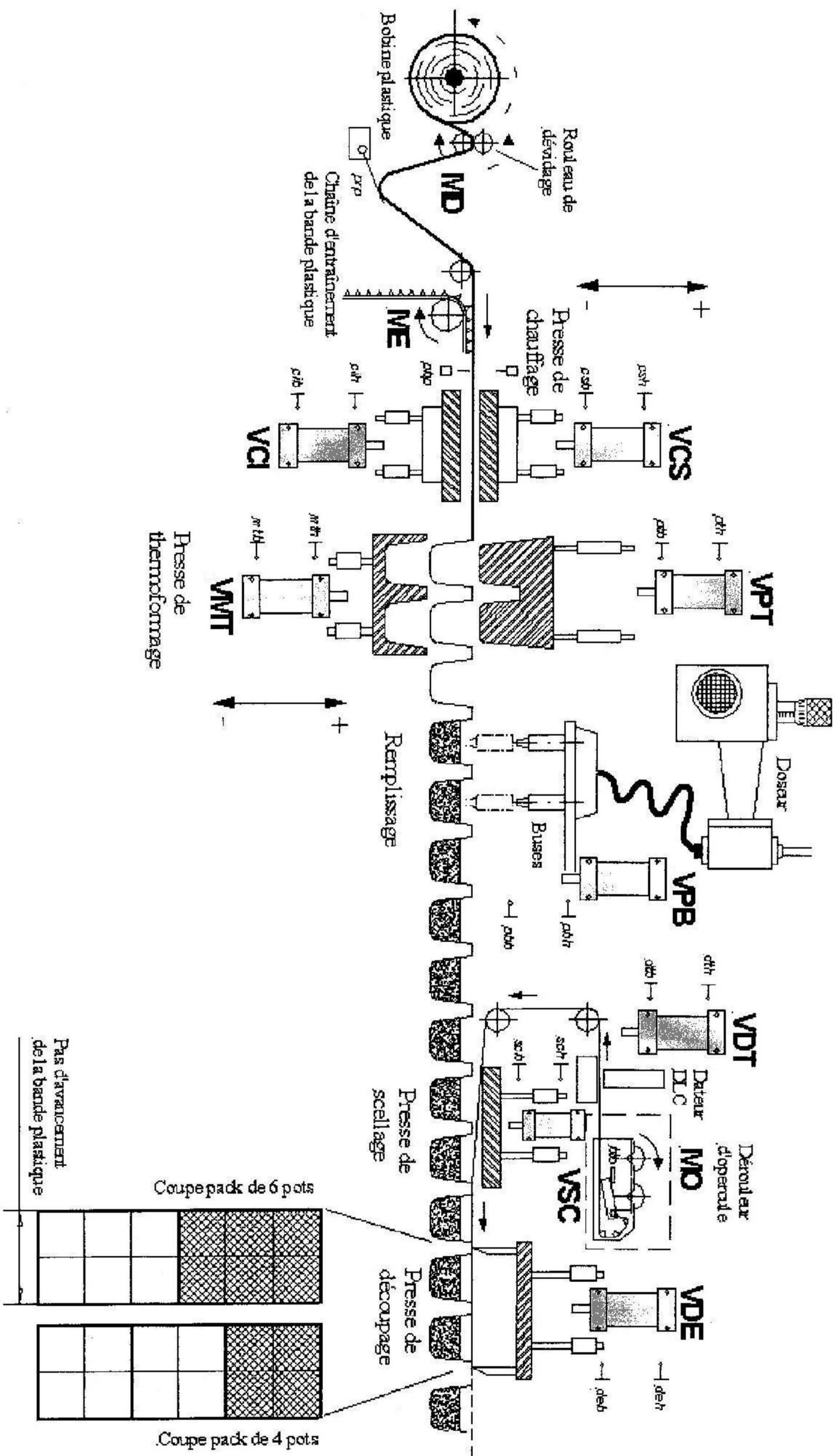
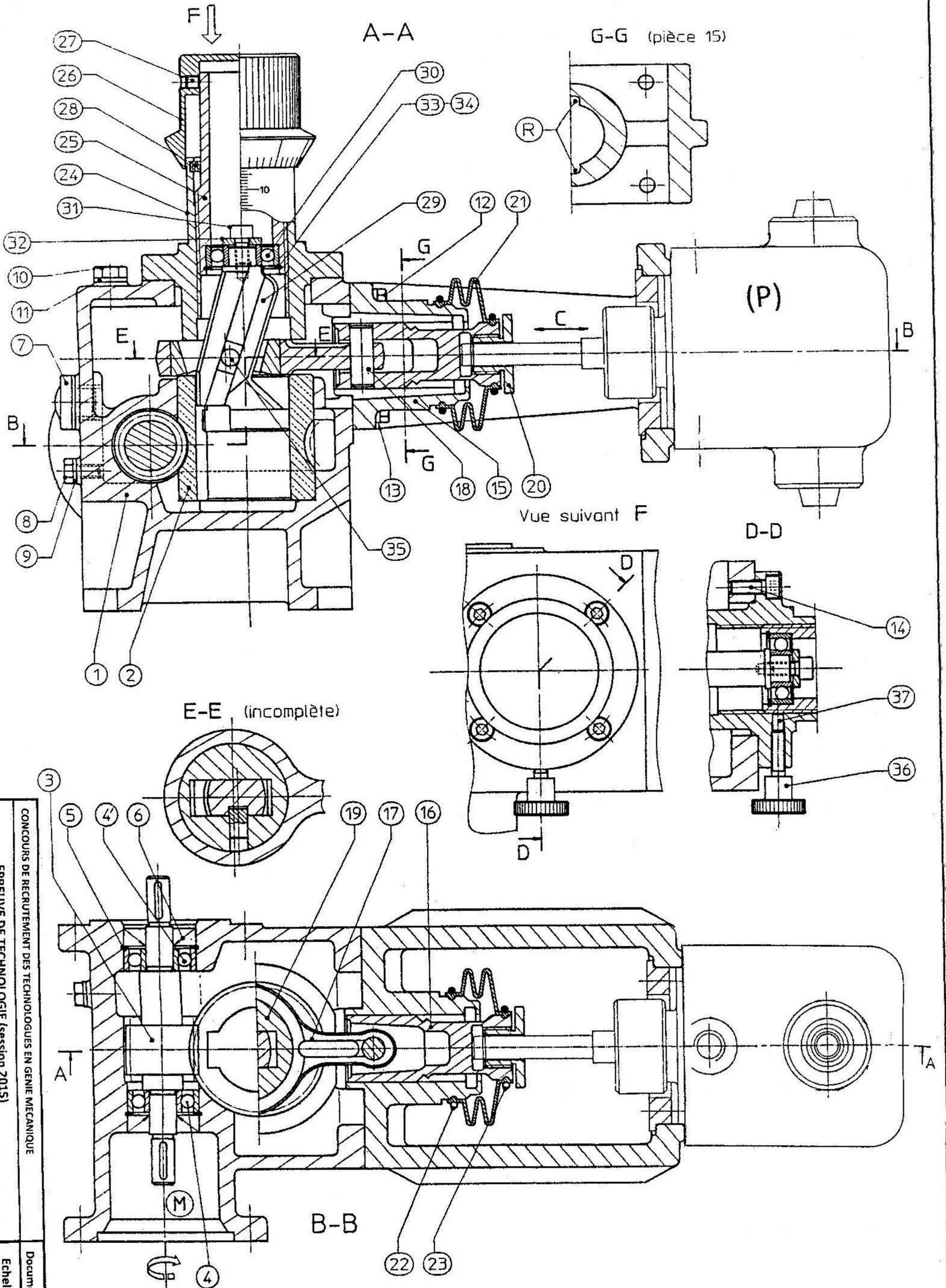


Figure IV.1. Schéma de la ligne de conditionnement de crème dessert



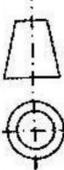
MECANISME DE COMMANDE DE LA POMPE DOSEUSE

EPREUVE DE TECHNOLOGIE (session 2015)

CONCOURS DE RECRUTEMENT DES TECHNOLOGUES EN GENIE MECANIQUE

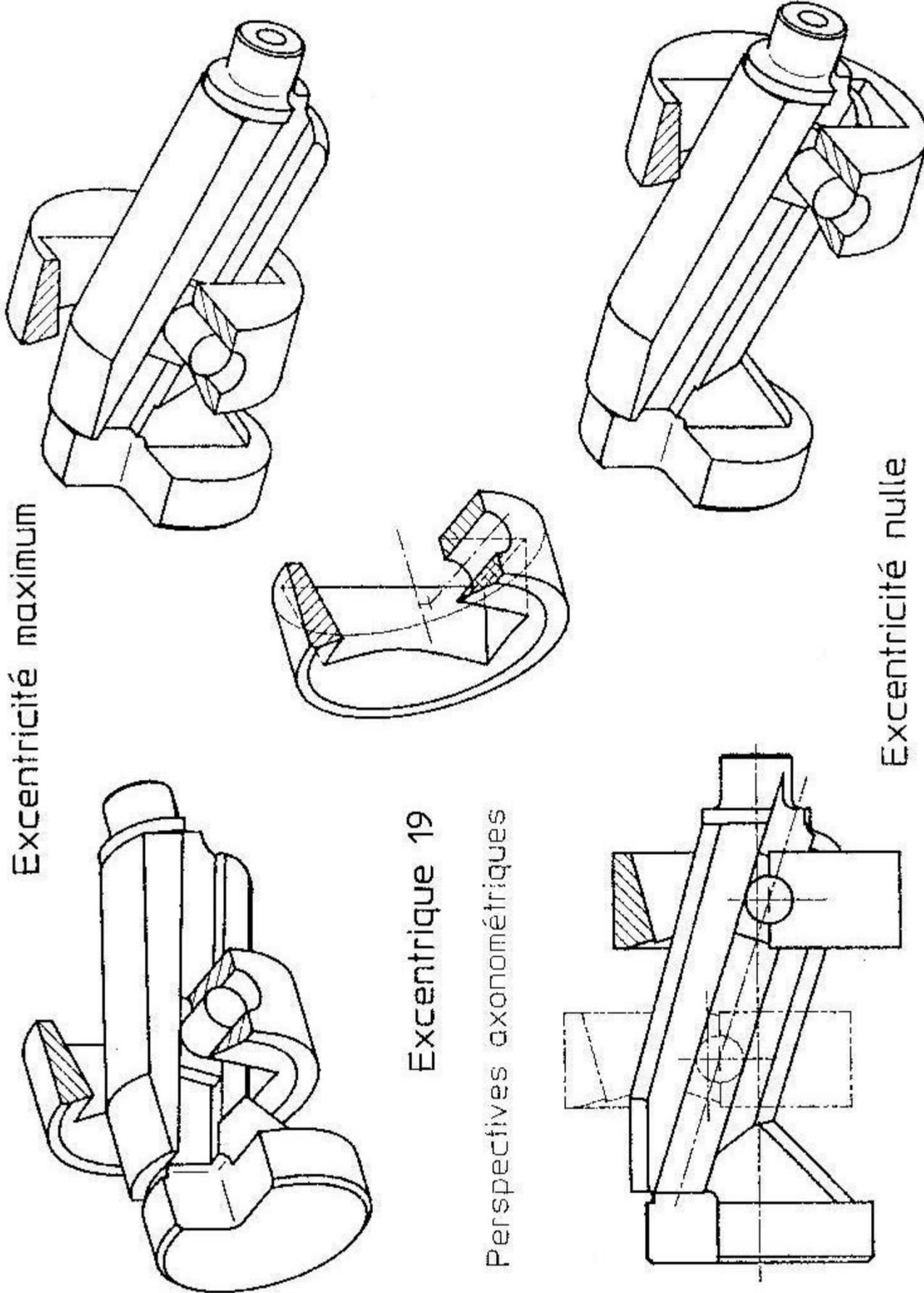
Document 0.DT01

Echelle : 2:3



Document 0.DT01

Document 0.DT02



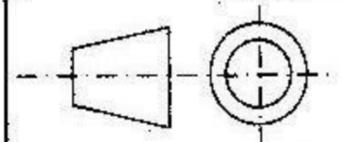
CONCOURS DE RECRUTEMENT DES TECHNOLOGUES EN GENIE MECANIQUE

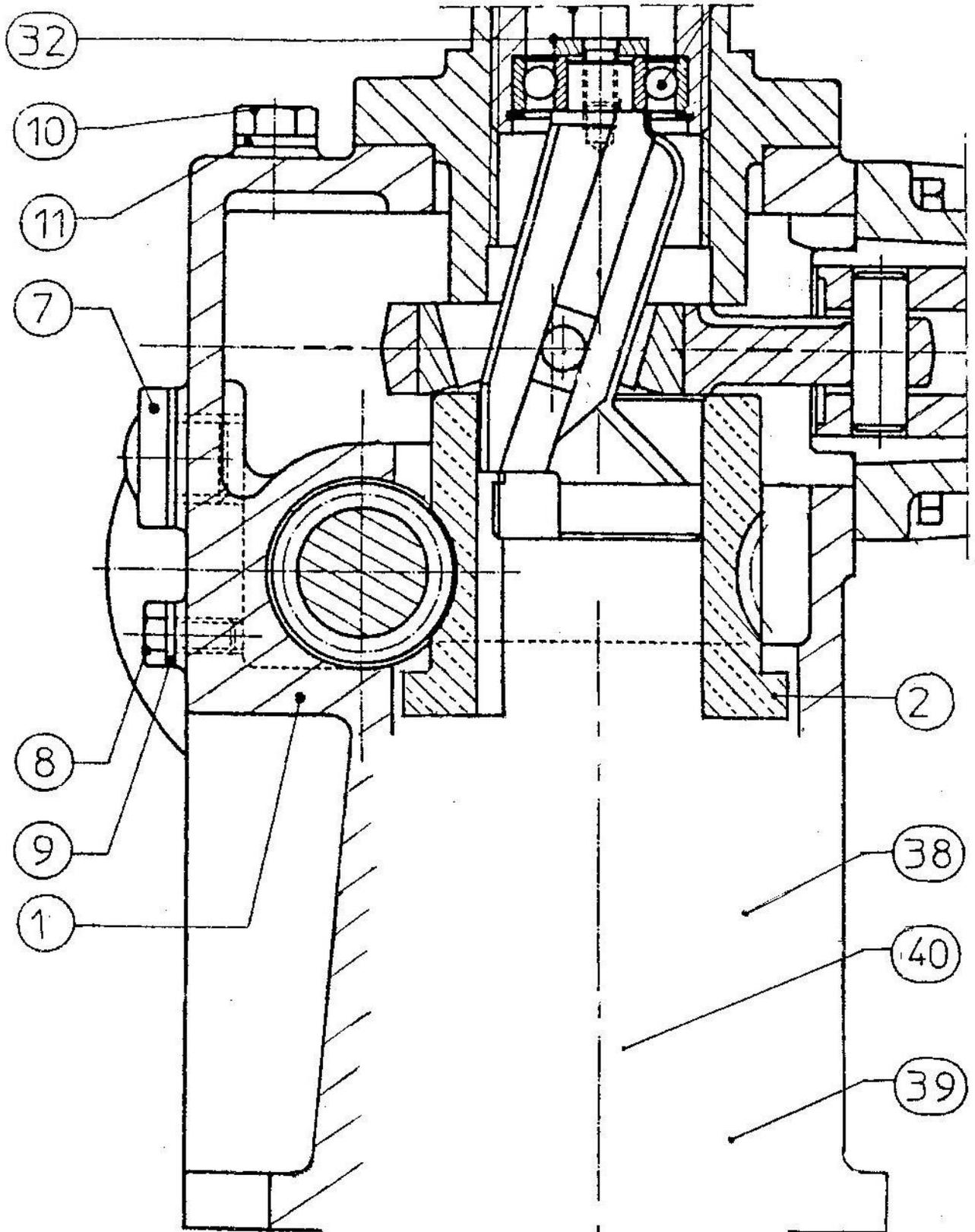
Document 0.DT02

EPREUVE DE TECHNOLOGIE (session 2015)

Echelle : 1 :1

ENSEMBLE MANIVELLE





Document 0.DR01

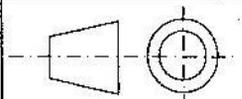
CONCOURS DE RECRUTEMENT DES TECHNOLOGUES EN GENIE MECANIQUE

Document 1.DR01

EPREUVE DE TECHNOLOGIE (session 2015)

Echelle : 1 : 1

MECANISME DE COMMANDE DE LA POMPE DOSEUSE



PARTIE (II)

Technologie de production

II.A : ENONCES (II) : (de la page PARTIE (II) 2/12 à la page PARTIE (II) 5/12)

- Première section** : Etude de l'obtention du brut de l'arbre (29).
- Deuxième section** : Etude de l'usinage de l'arbre (29).
- Troisième section** : Optimisation des conditions de coupe.
- Quatrième section** : Etude des spécifications du dessin de définition de l'arbre(29).

II.B : ANNEXES (II) : (de la page PARTIE (II) 6/12 à la page PARTIE (II) 12/12)

- Document II DT.01** : Dessin de définition de l'arbre(29).
- Document II DT.02** : Dessin du brut de l'arbre(29).
- Document II DT.03** : Caractéristiques des outils de tournage.
- Document II DT.04** : Recommandation des vitesses de coupe en tournage.
- Document II DT.05** : Variation de la durée de vie de l'outil en fonction de la vitesse de coupe
- Document II DT.06** : Trajectoire de l'outil de surfacage et Répartition élémentaire de la surface (C).
- Document II DT.07** : Pression spécifique de coupe en fraisage.

II.C : Documents réponses (II) : (fournis dans le dossier documents réponses)

- Document II DR.01** : Chronologie de réalisation des surfaces à usiner.
- Document II DR.02** : Contrat de phase.
- Document II DR.03** : Programme d'usinage à commande numérique.
- Document II DR.04** : Montage d'usinage.

Cette partie est consacrée à l'étude de fabrication de l'**arbre (29)**. Son dessin de définition est donné par le document technique **II DT.01** et son dessin du brut, coté partiellement, est donné par le document technique **II DT.02**.

L'**arbre (29)** est une pièce en **42CrMo4**, son brut est obtenu par estampage à chaud. Les différentes surfaces fonctionnelles sont obtenues par usinage, elles sont désignées par des lettres (A, B, C et D) et des numéros (1, 2, 3, 4, 5, 6 et 7).

1^{ère} Section : Etude de l'obtention du brut de l'arbre (29)

Le brut de l'**arbre (29)** est obtenu par estampage à chaud dans le but de réduire les frais d'usinage. L'obtention de la pièce brute nécessite 4 opérations :

- a. Laminage : il permet la répartition du métal en sections simples capables de fournir celles de la pièce.
- b. Cambrage : il permet le pliage du lopin laminé et facilite ainsi le remplissage de la gravure d'ébauche.
- c. Estampage ébauche : il permet d'améliorer la répartition du métal et facilite ainsi le remplissage de la gravure de finition.
- d. Estampage finition : Il permet de donner à la pièce sa forme finale et sa précision.

Chacune de ces 4 opérations nécessite la préparation d'outillages spécifiques.

A partir du dessin du brut coté partiellement (**Document II.DT02**) :

Q1) Donner la forme et les dimensions du lopin de départ avant laminage.

Q2) Représenter, à main levée, la forme de la pièce après l'opération de laminage.

Q3) Représenter, à main levée, les outils et la pièce en position de travail pendant l'opération de cambrage.

2^{ème} Section : Etude de l'usinage de l'arbre (29)

Q4) En analysant le dessin de définition de l'**arbre 29**, proposer un ordre chronologique de réalisation des surfaces à usiner et remplir le tableau du document réponse **II.DR.01**.

L'usinage des **surfaces (B)** et **(D)** est réalisé en ébauche et en finition sur un tour à commande numérique par des outils à plaquettes rapportées en céramique de coupe de nuance GC1525 (d'après SANDVIK) à 2 arêtes de coupe. La variation de la durée de vie d'une arête en fonction de la vitesse de coupe est donnée par le document technique **II DT.05**.

Q5) Donner une définition générale du matériau céramique.

Q6) Donner les caractéristiques des trois matériaux de coupe suivant : céramique, cermet et carbure.

Q7) Compléter le contrat de phase (**Document réponse II.DR.02**) et préciser :

- L'ordre des opérations.
- Les outillages nécessaires.
- Les conditions de coupe.
- Le posage de la pièce par les symboles technologiques.
- Les cotes de fabrication.
- Les trajectoires d'outils.

Q8) Ecrire le programme en code ISO permettant l'usinage de la pièce suivant les conditions établies dans le contrat de phase (**Document réponse II.DR.03**).

Q9) Représenter, à main levée, le montage d'usinage permettant d'assurer le posage et le maintien de la pièce définis dans la question précédente. Préciser, s'il y a lieu, les conditions géométriques à satisfaire dans ce montage (**Document réponse II.DR.04**).

Le tableau ci-dessous correspond à des données relatives à l'opération d'ébauche de la surface (**D**).

Opération	Profondeur de passe ap(mm)	Avance f(mm)	Vitesse de coupe V(m/min)
Ebauche D	2	0,15	200

Q10) Etablir la relation permettant de calculer le temps de dressage en ébauche de la surface (**D**).

Q11) Calculer le nombre de pièces dressées par arête.

3^{ème}Section : Optimisation des conditions de coupe.

Dans cette section on s'intéresse au calcul de la vitesse de coupe de production maximale pour l'usinage de la surface (**C**). La machine utilisée est une fraiseuse à commande numérique de puissance maximale de broche **P_{bmaxi}= 3Kw** et de fréquence de rotation maximale **N_{maxi}=3000tr/min**. L'usinage est réalisé par balayage suivant le cycle décrit par la fonction G46. L'outil utilisé est une fraise à plaquettes rapportées en carbure à revêtement PVD

multicouches. La profondeur de passe axiale $a_p=2\text{mm}$, la profondeur de passe radiale $a_e=28\text{mm}$ et l'avance par dent $f_z=0,05\text{mm/dt}$.

Le tableau ci-dessous correspond à des données relatives à l'outil utilisé.

Outil	Diamètre (mm)	Nombre de dents	Angle de direction d'arête K_r	Angle de coupe γ
Fraise à plaquettes rapportées	Ø40	4	90°	6°

La trajectoire, de l'outil décrite pendant le cycle de surfaçage, est donnée par le **Document technique II DT.06**.

Le temps d'usinage de la surface (C) d'une pièce est définis par T_u :

$$T_u = t_c + t_{chan} + t_{char} + t_r + t_a$$

avec :

t_c est le temps de contact outil-pièce pendant l'usinage de la surface C,

t_{chan} est le temps de changement de l'outil utilisé par pièce,

t_{char} est le temps de chargement de l'outil à partir du magasin,

t_r est le temps d'approche et de retour rapide de l'outil,

t_a est le temps auxiliaire

Le temps de changement de l'outil $t_{co}= 3\text{min}$. Pour exprimer la durée de vie d'une arête tranchante, on retient le modèle suivant :

$$T = C.V_c^n . f_z^x . a_p^y . a_e^z$$

Avec :

Matériau	C	n	x	y	z
42CrMo4	$1,09 \cdot 10^8$	-3,32	-0,72	-0,28	-0,55

Afin de simplifier cette étude, tout en gardant une image réaliste du problème, on décompose la surface à usiner en surfaces élémentaires simples S1, S2 et S3 (**Document technique DT II.06**).

Q12) Calculer le volume de métal enlevé pendant le surfaçage.

- Q13)** Déterminer l'expression du débit de matière enlevée.
- Q14)** Déterminer l'expression du temps t_c en fonction de la vitesse de coupe.
- Q15)** Déterminer l'expression du temps t_{chan} en fonction de la vitesse de coupe.
- Q16)** Déterminer l'expression de la vitesse de coupe de production maximale V_{pr} . Calculer cette vitesse.
- Q17)** Calculer la vitesse de coupe de puissance maximale V_{pmaxi} .
- Q18)** Calculer la vitesse de coupe de rotation maximale V_{Nmaxi} .
- Q19)** Comparer les trois vitesses calculées et conclure.

4^{ème} Section : Etude des spécifications du dessin de définition de l'arbre (29)

Dans cette section on s'intéresse à l'analyse des spécifications reportées sur le dessin de définition de l'arbre (29) (**Document technique II DT.01**).

Q20) Donner la signification de la spécification suivante

Q21) Définir pour la spécification:

- la nature de la tolérance géométrique,
- l'élément tolérancé,
- la zone de tolérance, sa nature et sa dimension : faire un schéma explicatif,
- la condition de conformité.

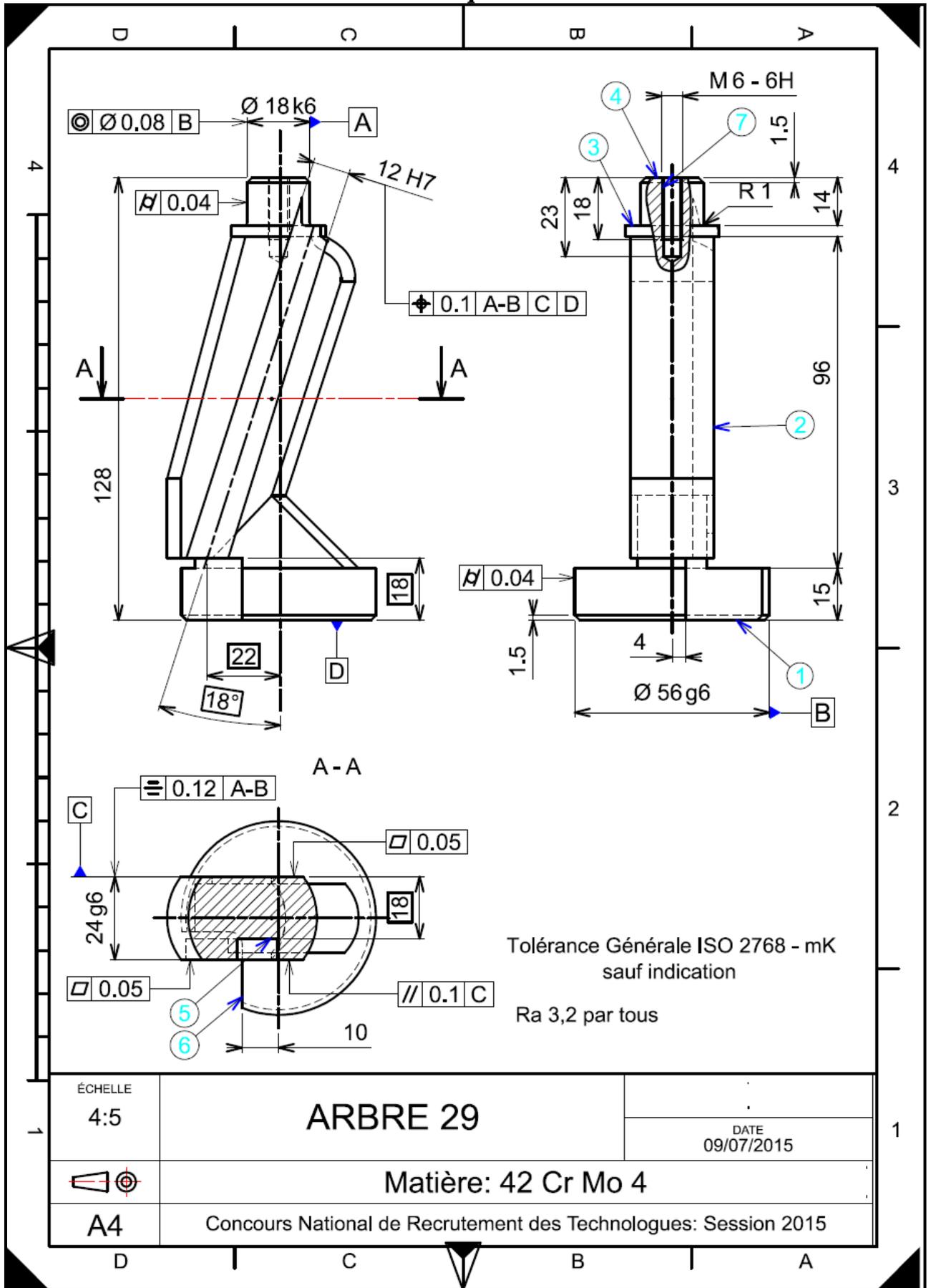
Q22) Analyser et interpréter la spécification: _____

Indiquer notamment :

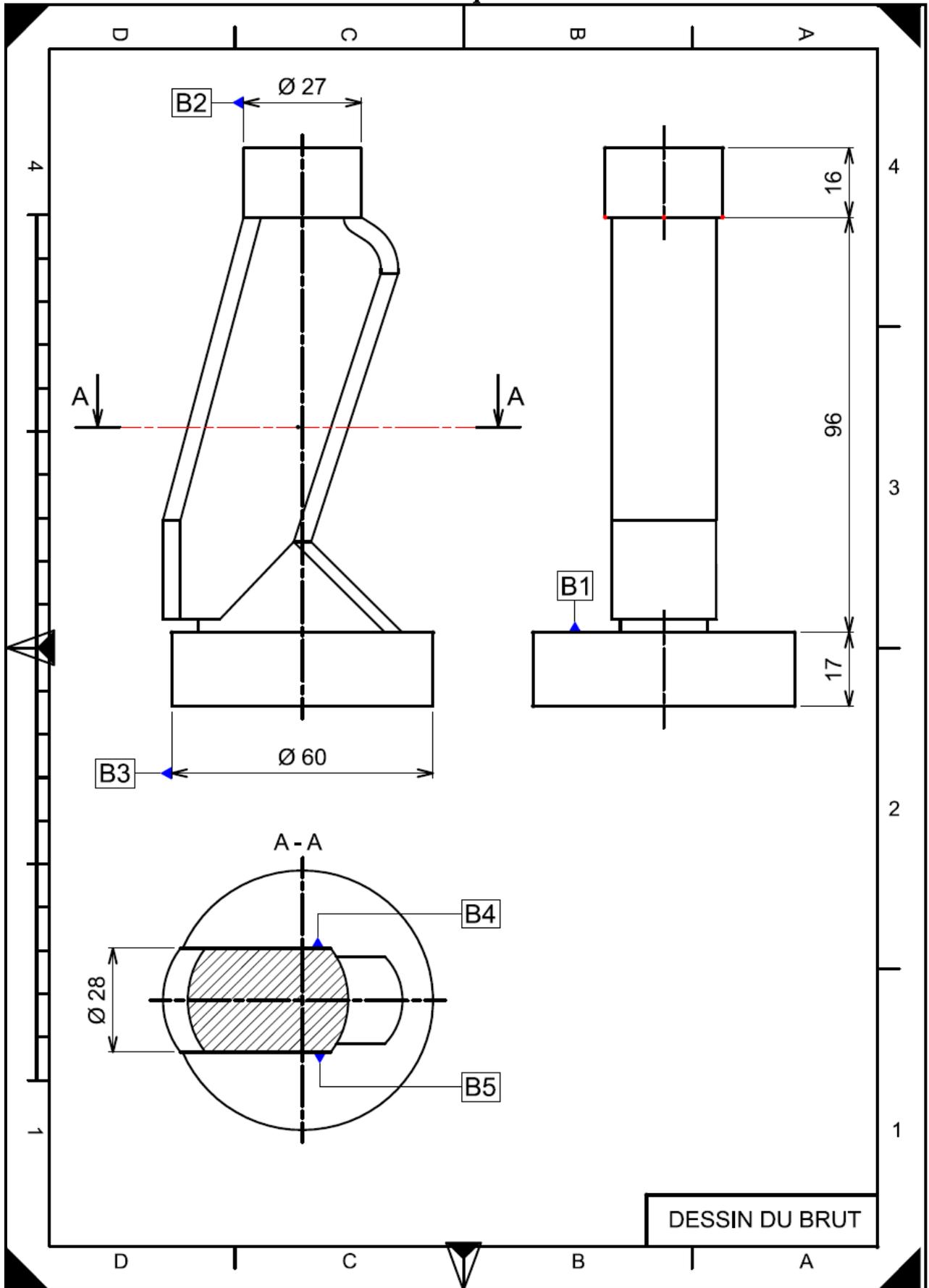
- La nature de la tolérance géométrique.
- L'(les) élément(s) tolérancé(s).
- L'(les) élément(s) de référence(s).
- La(les) référence(s) spécifiée(s).
- La(les) zone(s) de tolérance, sa nature et sa dimension.
- La contrainte d'orientation et/ou de position de la zone de tolérance par rapport à la référence spécifiée.

Faire des schémas explicatifs.

Document technique II DT.01

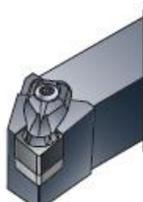
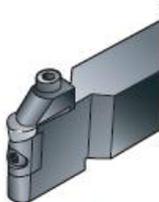


Document technique II DT.02



Document technique II DT.03

Caractéristiques des outils de tournage.

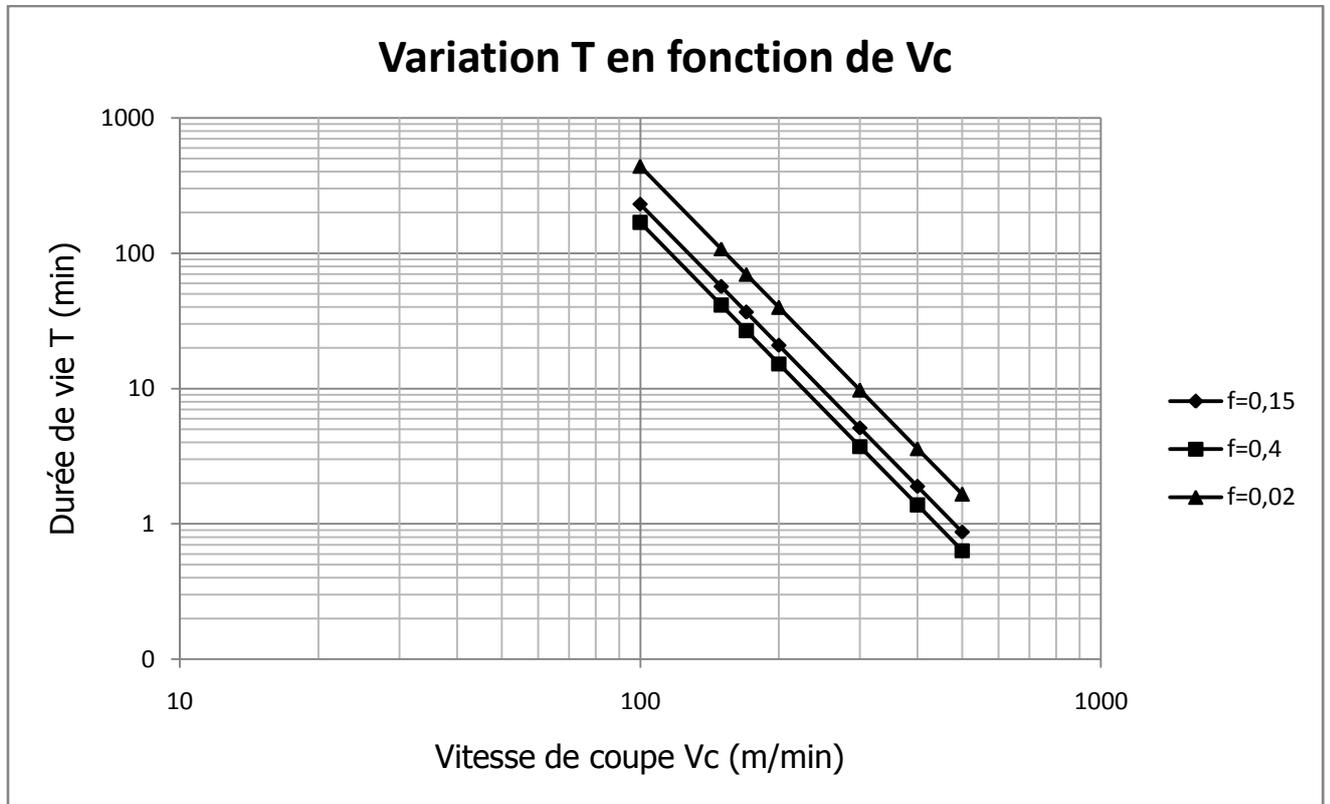
		Usinage extérieur - Vue d'ensemble				TOURNAGE GÉNÉRAL			
Tournage général									
B									
Tronçonnage et gonges									
C									
Filetage									
D									
Fraisage									
F									
Perçage									
F									
Alésage									
G									
Systèmes d'attachement									
H									
Multifonctions									
Porte-plaquettes à manche pour plaquettes céramiques									
CoroTurn® à bridage rigide (RC)		Angle d'attaque							
		$K_r 95^\circ$ 		$K_r 75^\circ$ 		$K_r 93^\circ$ 		$K_r 62.5^\circ$ 	
Taille de logement Taille de manche Page		 DCLNR/L	 CCLNR/L	 DCBNR/L	 CCBNR/L	 DDJNR/L	 CDJNR/L	 DDNNR/L	 CDNNR/L
		12-16 2525-3232 A162	12-16 2525-3232 A163	12-16 2525-3225 A162	12-16 2525-3225 A163	15 2525-3232 A164	15 2525-3232 A165	15 3225 A164	15 3225 A165
Angle d'attaque		Angle d'attaque							
		$K_r 62^\circ 30'$ 		$K_r 75^\circ$ 		$K_r 75^\circ$ 		$K_r 75^\circ$ 	
Taille de logement Taille de manche Page		 DDNNN	 DCNNN	 DSRNR/L	 CSRNR/L	 DSKNR/L	 CSKNR/L	 DSBNR/L	 CSBNR/L
		15 5040 A164	15 5040 A165	12 2525-3225 A166	12-15 2525-3225 A167	12 2525-3225 A166	12 2525 A167	12 2525 A166	12 2525 A167
Angle d'attaque		Angle d'attaque							
		$K_r 45^\circ$ 		$K_r 45^\circ$ 		$K_r 91^\circ$ 			
Taille de logement Taille de manche Page		 DSSNR/L	 CSSNR/L	 DSDNN	 CSDNN	 DTGNR/L	 CTGNR/L		
		12 2525-3225 A166	12 2525-3225 A167	12 2525-3225 A166	12 2525-3225 A167	22 3232 A168	22 3232 A168		
T-Max® à bride		Angle d'attaque							
									
Taille de logement Taille de manche Page		 CRDCR/L	 R/L176.9	 CRDCN	 CRDNN	 CRSNR/L			
		09-12 3225 A169	06 3236 A169	06-25 3225-5040 A169	09-12 2525-3225 A170	09-25 2525-5040 A170			

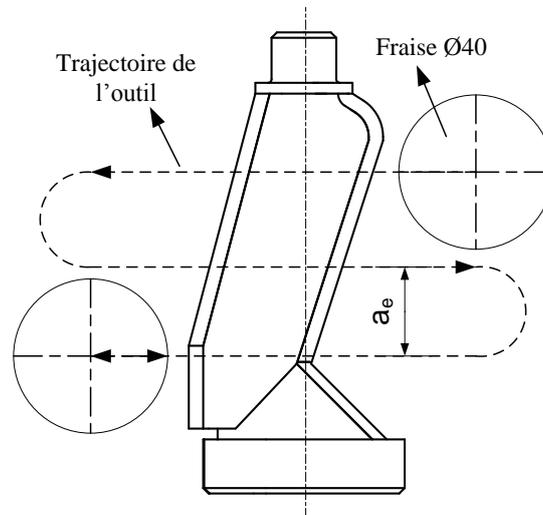
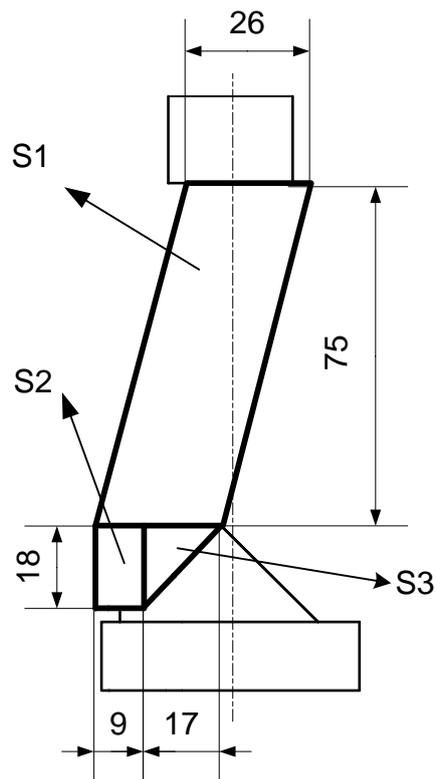
Document technique II DT.04

Recommandations de vitesse de coupe.

A	TOURNAGE GÉNÉRAL		Conditions de coupe					
	Recommandations de vitesse de coupe							
Recommandations valables pour l'usinage avec arrosage.								
B	Nota : Les vitesses de coupe recommandées sont généralement données pour une durée de vie de 15 minutes. Pour augmenter la durée de vie, voir les explications du Guide Technique de l'Usinage.							
	ISO	CMC No.	Matière	Force de coupe spécifique k_c 0.4 N/mm ²	Dureté Brinell HB	<<<< RESISTANCE A L'USURE		
					CT5005	CT5015	GC1525	
					f_{max} , mm = avance f_n , mm/tr			
					0.05-0.1-0.2	0.05-0.1-0.2	0.05-0.1-0.2	
					Vitesse de coupe (V_c), m/min			
C	P	01.1	Acier non allié C = 0.1-0.25%	2000	125	730-590-485	650-540-440	560-465-380
		01.2	C = 0.25-0.55%	2100	150	650-530-420	570-480-385	495-415-335
		01.3	C = 0.55-0.80%	2200	170	-	510-425-340	430-365-295
D	Aciers	02.1	Acier faiblement allié (éléments d'alliage ≤5%) Non trempé	2150	180	530-450-360	480-400-320	375-320-255
		02.12	Acier à roulements	2300	210	-	-	-
		02.2	Trempé et revenu	2550	275	395-325-250	285-235-190	200-165-135
		02.2	Trempé et revenu	2850	350	320-260-200	230-190-150	160-135-110
		03.11	Acier fortement allié (éléments d'alliage >5%) Recuit	2500	200	-	395-330-250	260-215-175
		03.21	Acier à outils trempé	3900	325	-	195-165-130	145-115-90
E	Acier coulé	06.1	Non allié	2000	180	-	260-215-175	225-185-145
		06.2	Faiblement allié (éléments d'alliage ≤5%)	2100	200	-	270-225-170	175-145-105
		06.3	Fortement allié (éléments d'alliage >5%)	2650	225	-	200-165-125	140-115-85
F			Force de coupe spécifique k_c 0.4 N/mm ²	Dureté Brinell HB	<<<< RESISTANCE A L'USURE			
						GC1525	GC1005	GC1105
					f_{max} , mm = avance f_n , mm/tr à κr 90°-95°			
					0.1-0.2	0.1-0.2-0.3	0.1-0.2-0.3	
					Vitesse de coupe (V_c), m/min			
G	M	05.11	Ferritique/ martensitique Barres/forgés Non trempé	2300	200	290-240	380-305-245	380-305-245
		05.12	Durci par précipitation	3550	330	170-150	350-280-225	350-280-225
		05.13	Métaux durs	2850	330	170-150	245-195-160	245-195-160
H	Aciers inoxydables	05.21	Austénitique Barres/forgés	2300	180	220-195	410-330-265	410-330-265
		05.22	Durci par précipitation	3550	330	195-170	220-175-145	220-175-145
		05.23	Super austénitique	2950	200	145-130	245-200-160	245-200-160
I	Aciers inoxydables	05.51	Austénitique-ferritique (Duplex) Barres/forgés Non soudable ≥ 0.05%C	2550	230	-	315-255-205	315-255-205
		05.52	Soudable < 0.05%C	3050	260	-	280-225-185	280-225-185
		15.11	Ferritique/ martensitique Coulés Non trempé	2100	200	-	-	-
J	Aciers inoxydables	15.12	Durci par précipitation	3150	330	-	-	-
		15.13	Métaux durs	2650	330	-	-	-
		15.21	Austénitique Coulés	2200	180	-	-	-
K	Aciers inoxydables	15.22	Austénitique Durci par précipitation	3150	330	-	-	-
		15.23	Super austénitique	2700	200	-	-	-
		15.51	Austénitique-ferritique (Duplex) Coulés Non soudable ≥ 0.05%C	2250	230	-	-	-
L	Aciers inoxydables	15.52	Soudable < 0.05%C	2750	260	-	-	-
				Force de coupe spécifique k_c 0.4 N/mm ²	Dureté Brinell HB	<<<< RESISTANCE A L'USURE		
							CB7050/CB50	CC620
					f_{max} , mm = avance f_n , mm/tr à κr 90°-95°			
					0.1-0.25-0.4	0.1-0.25-0.4	0.1-0.25-0.4	
					Vitesse de coupe (V_c), m/min			
H	K	07.1	Fonte malléable Ferritique (copeaux courts)	940	130	-	800-700-600	800-700-600
		07.2	Perlitique (copeaux longs)	1100	230	-	700-590-500	700-600-500
	Fontes	08.1	Fontes grises Faible résist. à la traction	1100	180	1700-1450-1200	800-700-600	800-700-600
		08.2	Fortes résistance à la traction	1150	220	1450-1250-1050	760-650-540	760-650-540
		09.1	Fonte nodulaire GS Ferritique	1050	160	-	-	610-550-450
	09.2	Perlitique	1750	250	-	-	510-450-350	
	09.3	Martensitique	2700	380	-	-	350-305-260	

Document technique II DT.05
Variation de T (min) en fonction V_c (m/min)



Document technique II DT.06**Trajectoire décrite par l'outil pendant le cycle de surfacage de la surface (C).****Répartition élémentaire de la surface (C).**

Document technique II DT.07
Pression spécifique de coupe K_s en fraisage

$$K_s = C. \left(\sin K_r \cdot \frac{360 \cdot L \cdot f_z}{\pi \cdot \varphi \cdot D} \right)^n \cdot (1 + m \cdot \theta)$$

Valeurs indicatives de « n »

Matières	n
Aciers	-0,2
Fontes	-0,3
Métaux non ferreux	-0,5

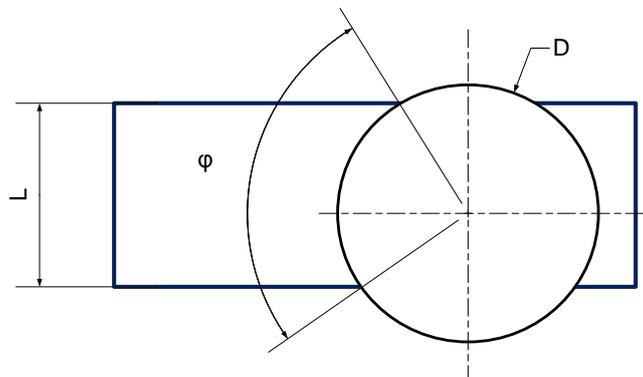
Valeurs indicatives de « m »

Matières	m
Aciers	0,008
Fontes et métaux non ferreux	0,01

Valeurs indicatives de « C »

Matières à Usiner		R(MPa)	C(MPa)
Aciers au carbone	C25	450-600	1850
	C40	600-750	2150
	C60	750-950	2600
Aciers alliés ≤ 5%	25CrMo4	600-750	1650
	35CrMo4	750-950	2300
	34 NiMo6	950-1150	2900
Alliages d'aluminium	EN AB-43000[Al Si 10 Mg]	≤ 300	460

θ : Est l'écart angulaire, en degrés, entre l'angle de référence ($\gamma_0=14^\circ$) et l'angle effectif des conditions d'usinage γ .



Document Réponse II DR.1

Chronologie de réalisation des surfaces à usiner

Phases	Surfaces à usiner	Surfaces de référence	Machines outil

Document Réponse II DR.2

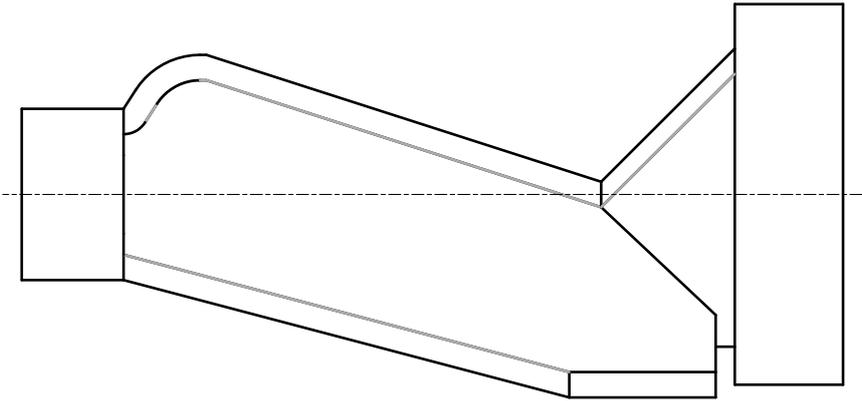
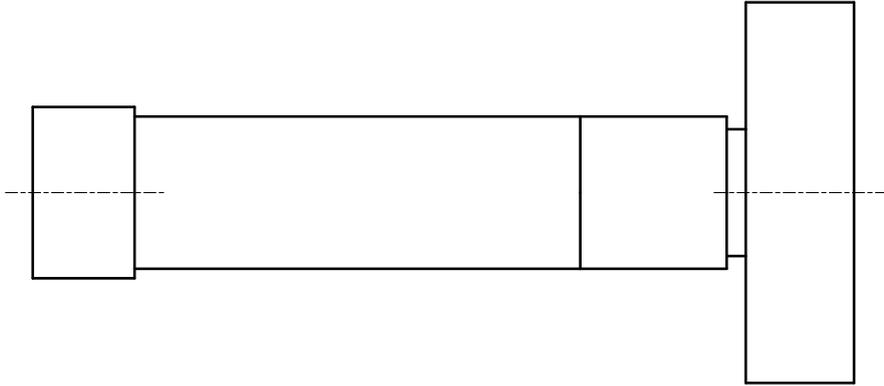
CONTRAT DE PHASE						
Phase :.....40	Machine : T.C.N	Pièce :...Arbre 29				
Programme N° : 2015	Porte Pièce : M.U N°40	Matière : 42 Cr Mo 4				
		Brut : Estampage				
		Nombre :...100				
Croquis de phase						
Désignation des Opérations	Désignation des Outils	V _c m/min	n tr/min	f mm/tr	V _f mm/ min	a mm
.....

Document Réponse II DR.3
Programme d'usinage à commande numérique
A compléter

% 2015	
N10 G00 G52 X0 Z0	
N20 M6 T1 D1 (Outil d'ébauche)	
N30 G97 S1000 M03	

Document Réponse II DR.4

Montage d'usinage



PARTIE (III)

Sciences des matériaux

III.A : ENONCES (III) : (de la page PARTIE (III) 2/9 à la page PARTIE (III)5/9)

1^{ère} section : Etude de la soudabilité du corps de la pompe (P)

2^{ème} section : Etude de la soudabilité de la pièce (15)

3^{ème} section : Défauts et contrôle des soudures

4^{ème} section : Etude de la corrosion

5^{ème} section : Caractérisation structurale

III.B : ANNEXES (III) : (de la page PARTIE (III) 6/9 à la page PARTIE(III)9/9)

Document III.DT01 : Tableaux

Tableau III-1 : Compositions chimiques des trois nuances.

Tableau III-2 : Caractéristiques mécaniques

Tableau III-3 : Conditions de soudage

Document III.DT02 : Données techniques relatives à l'acier 30 CrNiMo 8

III.C : DOCUMENT A RENDRE (III)

Document III.DR01

Document III.DR02

Document III.DR03

Document III.DR04

1^{ère} section : Etude de la soudabilité du corps de la pompe (P)

Le corps de la pompe (P) (voir le dessin d'ensemble **Document 0.DT01**) peut être éventuellement réalisé en construction mécano-soudée. Les différentes parties de ce corps sont assemblées avec un métal d'apport de type 316L selon la norme AISI. Ce corps est composé :

- d'une partie en acier de construction de type E 295 ;
- de deux bouts assurant la circulation du produit laitier en acier inoxydable de type X6CrNiMo17-4-1.

La composition chimique ainsi que les caractéristiques mécaniques de ces nuances sont reportées respectivement dans les tableaux **III-1** et **III-2** (voir **annexe III, Document III.DT01**).

Q1) Donner la signification de chaque terme de la désignation normalisée des nuances A et B.

Q2) La nuance 316L est-elle un acier inoxydable ? Si oui, justifier votre réponse. Donner alors sa désignation normalisée selon la norme Européenne (EN).

Q3) Justifier le choix de cette nuance en tant que métal d'apport pour l'assemblage mécano-soudé.

Q4) On vous demande de classer ces matériaux en fonction de leur soudabilité (aptitude au soudage).

On vous rappelle que le critère de choix est basé sur la teneur en carbone équivalent (% CE) qui s'écrit :

$$\%CE = \%C + \frac{\%Mn}{6} + \frac{\% (Cr + Mo + V)}{5} + \frac{\% (Ni + Cu)}{15}$$

On vous rappelle que le diagramme de Schaeffler est un outil de vérification des structures des matériaux assemblés (voir **Document à rendre III - figure III-1 du Document III.DR01**). On vous propose d'exploiter ce diagramme pour apporter des réponses aux questions suivantes :

Q5) Calculer les pourcentages de Chrome et de Nickel équivalent pour les trois nuances (A, B et C).

Q6) Sachant que la dilution des matériaux de base est de 50% et la dilution globale $(A+B)/(A+B+C)$ est de 33 %, déterminer alors la structure métallurgique du joint soudé ainsi obtenu.

En se référant au diagramme TRC et à la courbe de dureté correspondante (**voir Document à rendre III - figure III-2 du Document III.DR01**) :

Q7) Déduire, les structures métallurgiques de la ZAT (Zone Affectée Thermiquement) obtenue après soudage du matériau (A) dans les conditions résumées dans le **tableau III-3 (voir annexe III - Document III.DT01)**.

Q8) Déterminer les duretés correspondantes aux différentes durées de refroidissement de la pièce soudée.

Q9) Choisir la ou les meilleures conditions de soudage du corps de pompe.

2^{ème} section : Etude de la soudabilité de la pièce (15)

On se propose de remplacer la pièce (15) de nuance E 355 obtenue par moulage par une nouvelle conception mécano-soudée. On considère une liaison en forme de "T" entre les deux parties constituant cette pièce. Celle-ci aura alors une nouvelle épaisseur de 10 mm. Le procédé de soudage utilisé est à l'arc électrique avec électrode enrobée. Le diamètre de l'électrode (Φ) est de 5 mm et la vitesse de soudage (V_s) est de 20 cm/mn.

Q10) Quel est le rôle de l'enrobage?

Q11) Donner la signification de chaque élément du symbole normalisé de soudage (**voir Document à rendre III - Document III.DR02**).

Q12) Calculer l'intensité du courant de soudage en se basant sur la relation suivante :

$$(I = 50 (\Phi - 1))$$

Q13) Calculer la tension de soudage en se basant sur la relation suivante : $U = (0,04 * I) + 21$

Q14) Calculer l'énergie électrique de soudage en se basant sur la relation suivante :

$$E_{elec} = (60 * U * I) / (1000 * V_s)$$

En exploitant l'abaque (**voir Document à rendre III - figure III-4 du Document III.DR03**) et la courbe de dureté (**voir Document à rendre III - figure III-3 du Document III.DR02**) :

Q15) Déterminer l'énergie équivalente, le temps de refroidissement Δt_{300}^{700} et la dureté correspondant à ce joint soudé si l'opération de soudage est assurée sans préchauffage.

Dans la suite du problème on prendra : $E_{elec} = 17 \text{ Kj/cm}$

Q16) Déterminer donc le temps Δt_{300}^{700} pour avoir une dureté de ce joint égale à 300 HV (**voir Document à rendre III - figure III-3 du Document III.DR02**).

Q17) En déduire alors la température de préchauffage et la technique de soudage pour obtenir cette dureté (**voir Document à rendre III - figure III-4 du Document III.DR03**).

Q18) Discuter ces résultats.

3^{ème} section : Défaits et contrôle des soudures

Q19) Citer au moins trois groupes de défauts de soudage.

Q20) Quels sont les deux principaux types de fissures susceptibles d'apparaître après une opération de soudage?

Q21) Identifier pour chacune des figures le type de défauts (voir Document à rendre III - Document III.DR04).

Q22) Quelles sont les différentes méthodes pour contrôler la qualité d'une soudure ?

Q23) Si un défaut de soudure est susceptible d'apparaître en surface, quelles méthodes appropriées de contrôles non destructifs utiliseriez vous pour le détecter ?

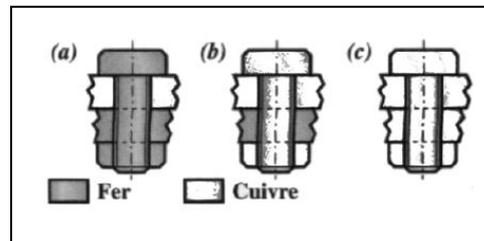
4^{ème} section : Etude de la corrosion

Q24) Pour éviter la corrosion, il faut protéger les matériaux susceptibles d'être corrodés.

Citer quelques exemples (cinq au moins) de protection contre la corrosion.

Q25) Quelle forme de corrosion affecte un acier inoxydable ? Expliquer pour ce type d'acier le mécanisme de corrosion.

Dans un atelier de structures métalliques, un assemblage de deux plaques métalliques peut - être réalisé selon trois modèles (a), (b) ou (c).



Q26) Dans quel(s) cas y a-t-il corrosion par effet pile ?

Q27) Quelle est la partie corrodée ? Expliquer.

Q28) Proposer une solution pour éviter ce type de corrosion

5^{ème} section : Caractérisation structurale (voir annexe III - Document III.DT02)

L'étude portera sur les traitements thermiques de la vis sans fin (3) en acier 30CrNiMo8 dont les caractéristiques mécaniques recherchées sont :

* $1100 \text{ MPa} < R_m < 1150 \text{ MPa}$

* $R_{p0,2} > 850 \text{ MPa}$

* $A\% > 8$

Q29) Initialement la pièce (3) a subi un traitement thermique de recuit. La dureté maximale requise à cet état est de 248 HBW_{2,5/187,5}. Donner la signification de chaque terme de cette expression.

Q30)En se basant sur la fiche technique du matériau, le tableau spécifiant les paramètres de refroidissement et le diagramme TRC, déterminer approximativement la dureté et la structure correspondantes à la trempe (on raisonnera sur le plus grand diamètre).

Q31)Déterminer la vitesse critique de trempe martensitique.

Q32)En se référant aux courbes Jominy, analyser les résultats de la trempabilité de cet acier en justifiant votre réponse.

Q33)Afin de respecter le cahier des charges, proposer un traitement thermique en précisant la température, le temps de maintien et le mode de refroidissement.

Document III.DT01 : Tableaux

Tableau III-1 : Compositions chimiques des trois nuances.

Acier		% en poids des éléments d'additions							
		C	Mn	Si	Cr	Mo	Ni	S	P
A	E 295	0,19	1,3	0,4	0,006	0,004	0,12	0,0018	0,013
B	X6CrNiMo17-4-1	0,06	0,55	0,34	17,1	1,1	4,67	0,012	0,016
C	316L	0,02	1,68	-	17,24	2	11,14	0,041	0,041

Tableau III-2 : Caractéristiques mécaniques

Acier		Re (MPa)	Rm (MPa)	A (%)
A	E 295	295	470	15
B	X6CrNiMo17-4-1	230	500	50
C	316L	200	535	70

Tableau III-3 : Conditions de soudage.

Energie de soudage KJ/cm	Diamètre de l'électrode mm	Paramètre $\Delta T(700-300^{\circ}\text{C})$	
		12 secondes	24 secondes
25	5	12 secondes	24 secondes
15	4	7 secondes	13 secondes

Document III.DT02 :

Données techniques relatives à l'acier 30CrNiMo8

Composition chimique (valeurs normalisées en %)	C	Si	Mn	P	S	Cr	Mo	Ni
	0,26-0,33	0,10-0,40	0,30-0,60	≤ 0,030	≤ 0,025	1,80-2,20	0,30-0,50	1,80-2,20
Selon NFA 33.552								
Etat de livraison	Demi-produit - barres - fils - étirés							
Caractéristiques mécaniques à l'état de livraison	G recuit doux		B traité pour usinabilité améliorée			C traité pour cisailage à froid		
	dureté Brinell HB max.		dureté Brinell HB max.			dureté Brinell HB max.		
	248		248			250		
Formage à chaud et traitement thermique (Valeurs de références)	forgeage	recuit	normalisation	trempe à l'huile	revenu			
	°C	°C	°C	°C	°C			
	1050-850	650-700	850-880	835-865	550-650			
Caractéristiques mécaniques réalisables sur barres à l'état traité	Dimension	Limite élastique (limite 0,2%) N/mm ²	Résistance à la traction N/mm ²	Allongement A %	Résilience KCU J/cm ²			
	diamètre d mm	mini	mini	mini	mini			
	d ≤ 16	850	1030-1230	12	70			
	16 < d ≤ 40	850	1030-1230	12	70			
	40 < d ≤ 100	800	980-1180	12	70			
	100 < d ≤ 160	800	980-1180	12	70			
160 < d ≤ 250	750	930-1130	12	70				

Fiche technique de l'acier 30CrNiMo8

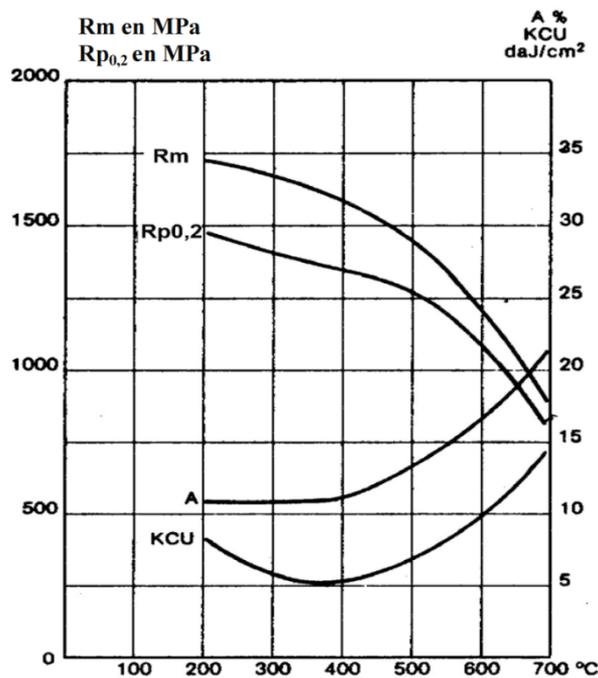
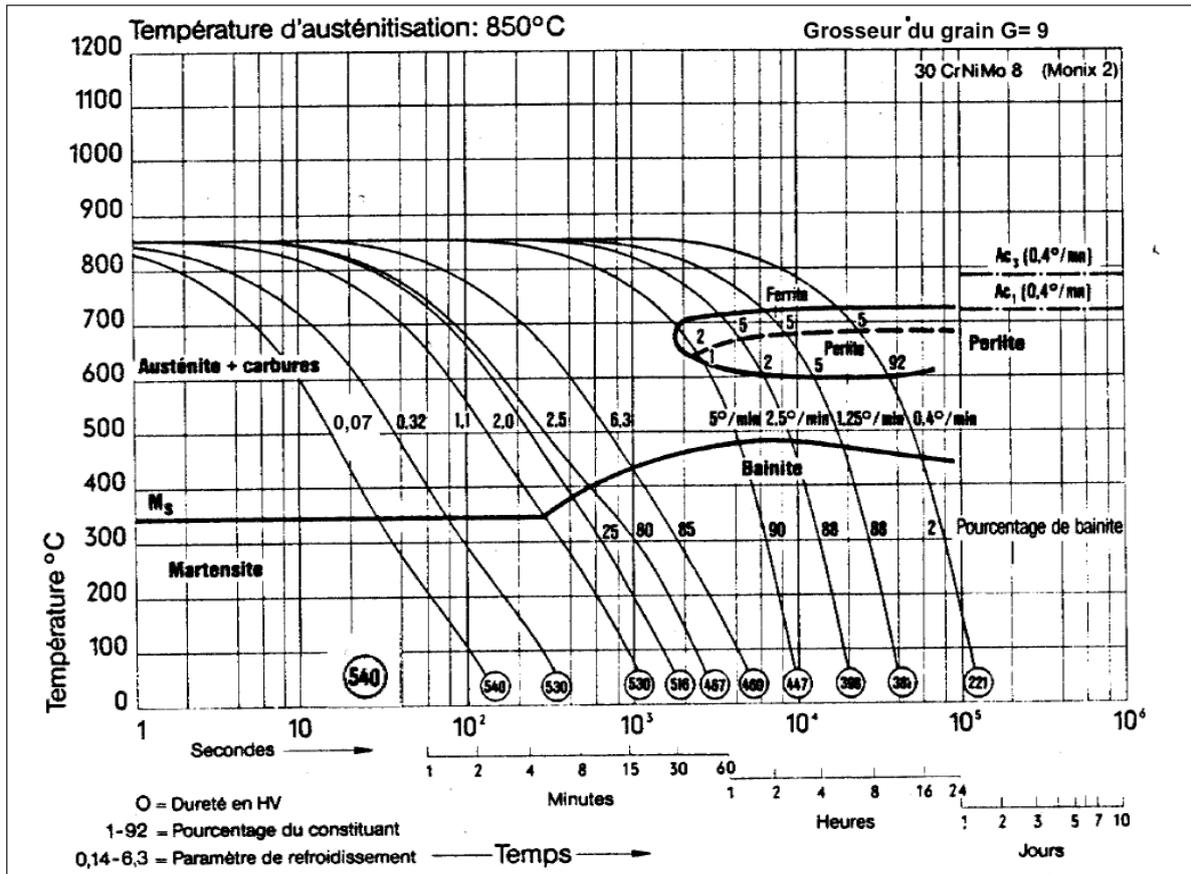


Diagramme de revenu de l'acier 30CrNiMo8

SuiteDocument III.DT02 :

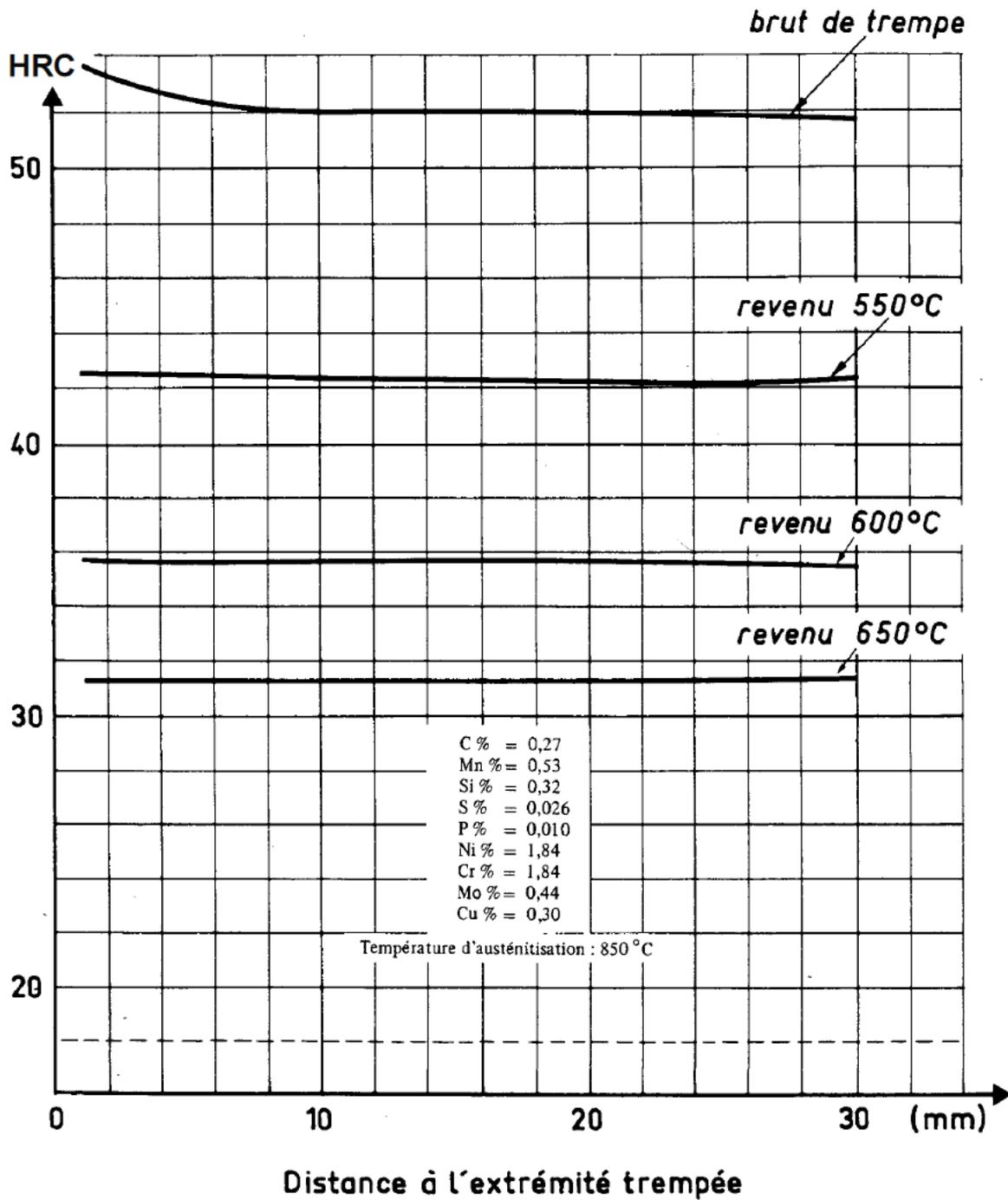


Courbe TRC de l'acier 30CrNiMo8

Paramètres de Refroidissement λ			
Paramètre de refroidissement λ Vitesse de refroidissement V	Diamètre en mm Refroidissement à l'eau (1)	Diamètre en mm Refroidissement à l'huile (1)	Diamètre en mm Refroidissement à l'air
0,02	20		
0,03	25		
0,07	35	20	
0,10	45	23	
0,15	53	30	
0,20	60	35	
0,30	70	45	
0,50	90	60	
0,70	105	70	
1,00	125	90	10
2,00	170	130	20
3,00	210	170	30
5,00	275	220	45
7,00	330	260	55
20° C/mn	390	300	70
10° C/mn	600	470	120
5° C/mn	850	700	210
2,5° C/mn	> 1000	> 1000	400
1,25° C/mn			650
0,4° C/mn			> 1000

(1) Pièces agitées modérément

Suite Document III.DT02 :



Courbes Jominy de l'acier 30CrNiMo8

DOCUMENTS A RENDRE (III)

Document III.DR01 :

Figure III-1 : Diagramme de Schaeffler

Figure III-2 : Diagramme TRC et courbe de dureté correspondante de la nuance d'acier E295

Document III.DR02 :

Symbole normalisé de soudage

Figure III-3 : Courbe de dureté HV = f (Δt_{300}^{700}) pour l'acier E 355

Document III.DR03 :

Figure III-4 : Abaque paramètre de refroidissement-conditions de soudage de la nuance d'acier E 355

Document III.DR04 :

Les défauts de soudage

Document III.DR01

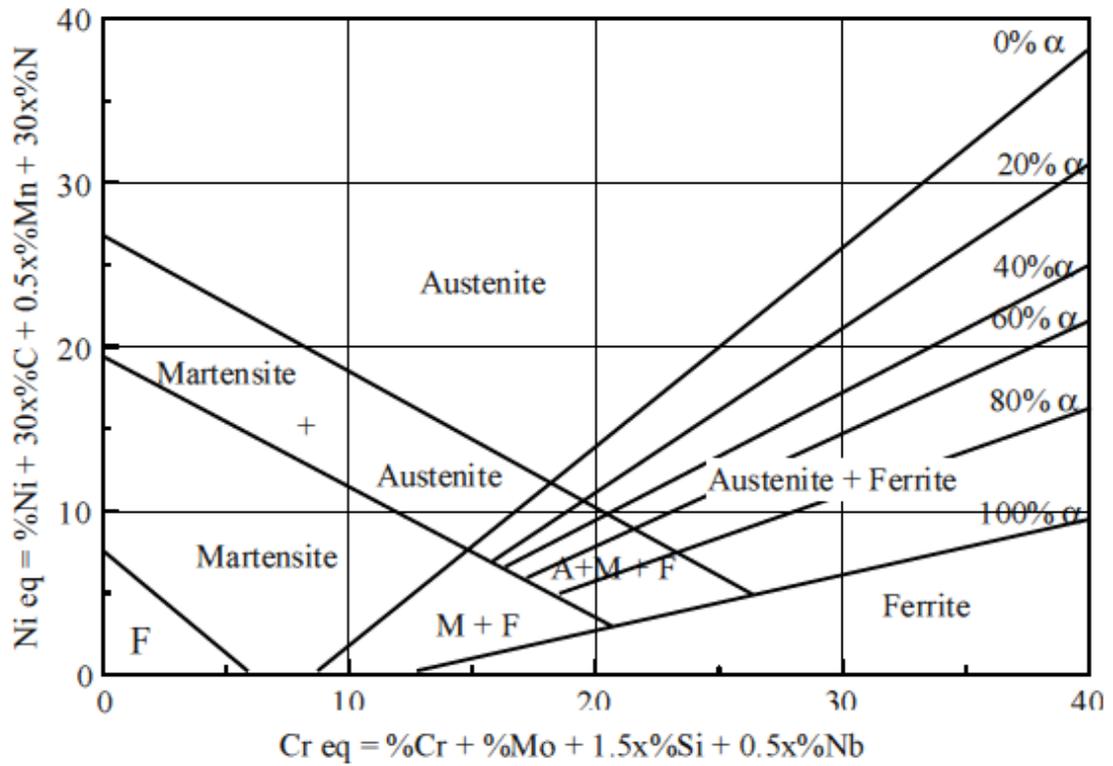


Figure III-1 : Diagramme de Schaeffler

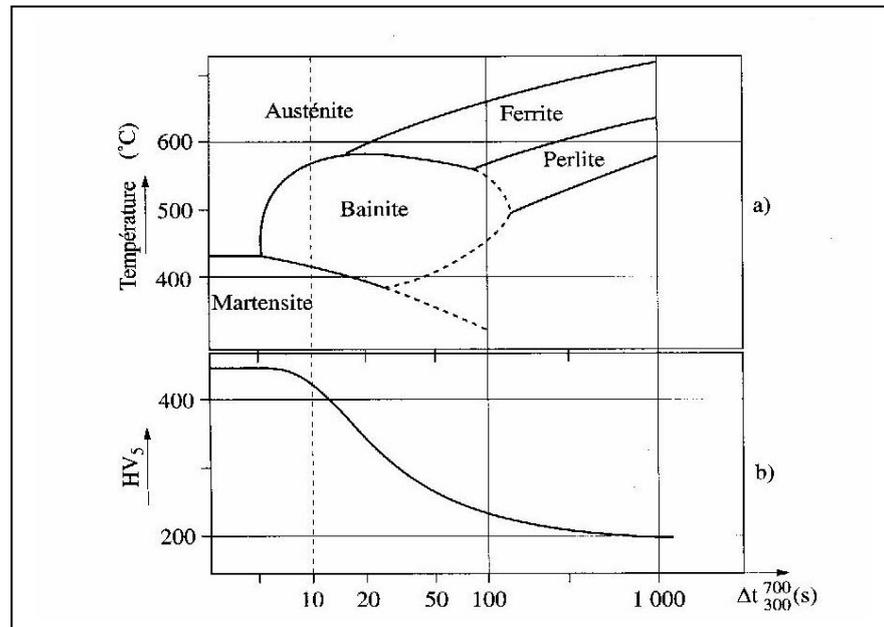


Figure III-2 : Diagramme TRC et courbe de dureté correspondante de la nuance d'acier E295

Document III.DR02

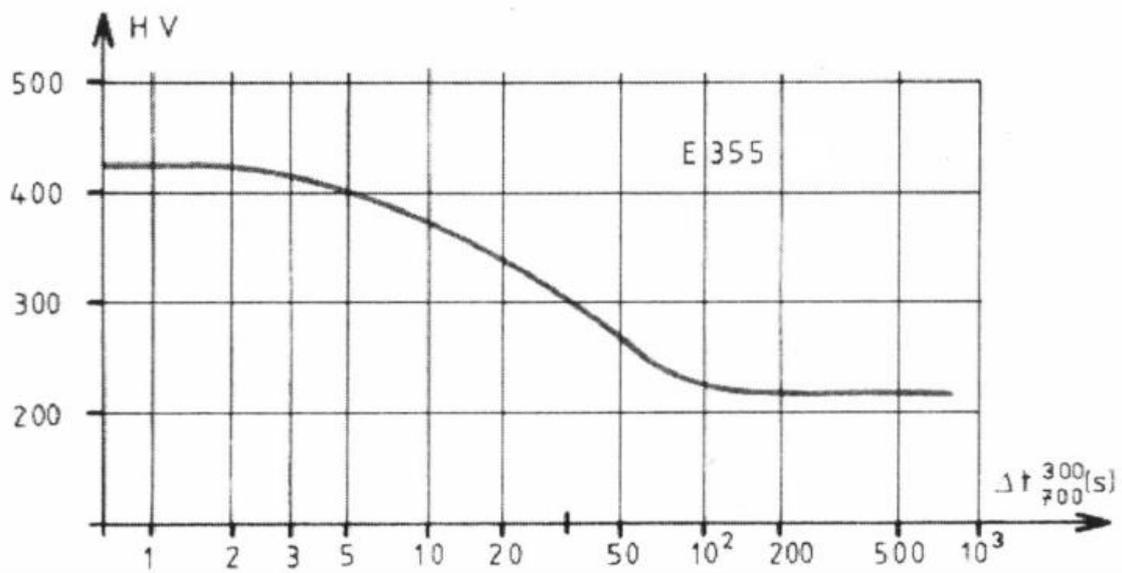
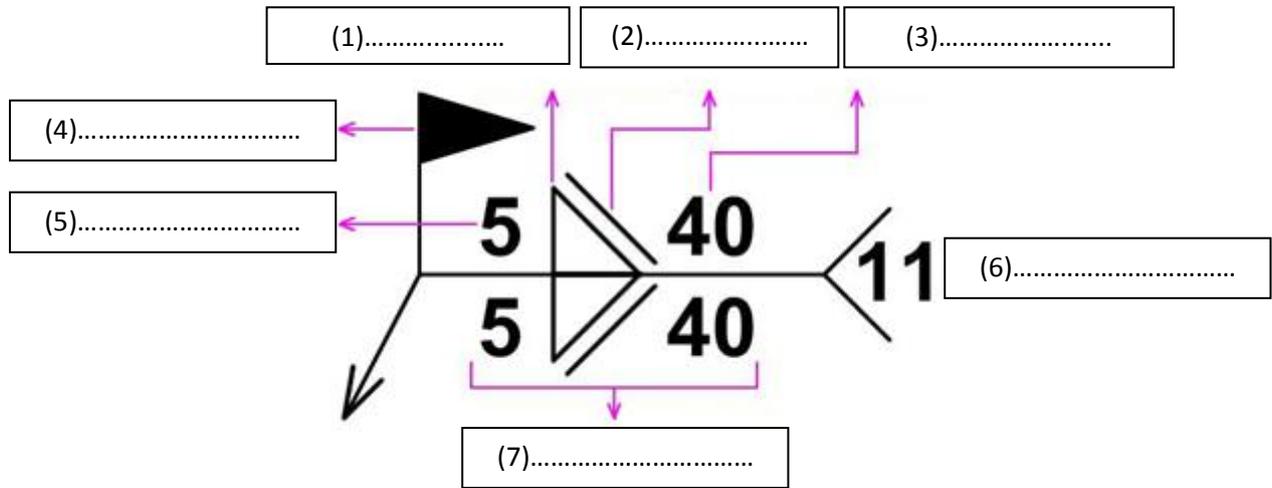


Figure III-3 : courbe de dureté HV = f (Δt_{300}^{700}) pour l'acier E 355

Document III.DR03

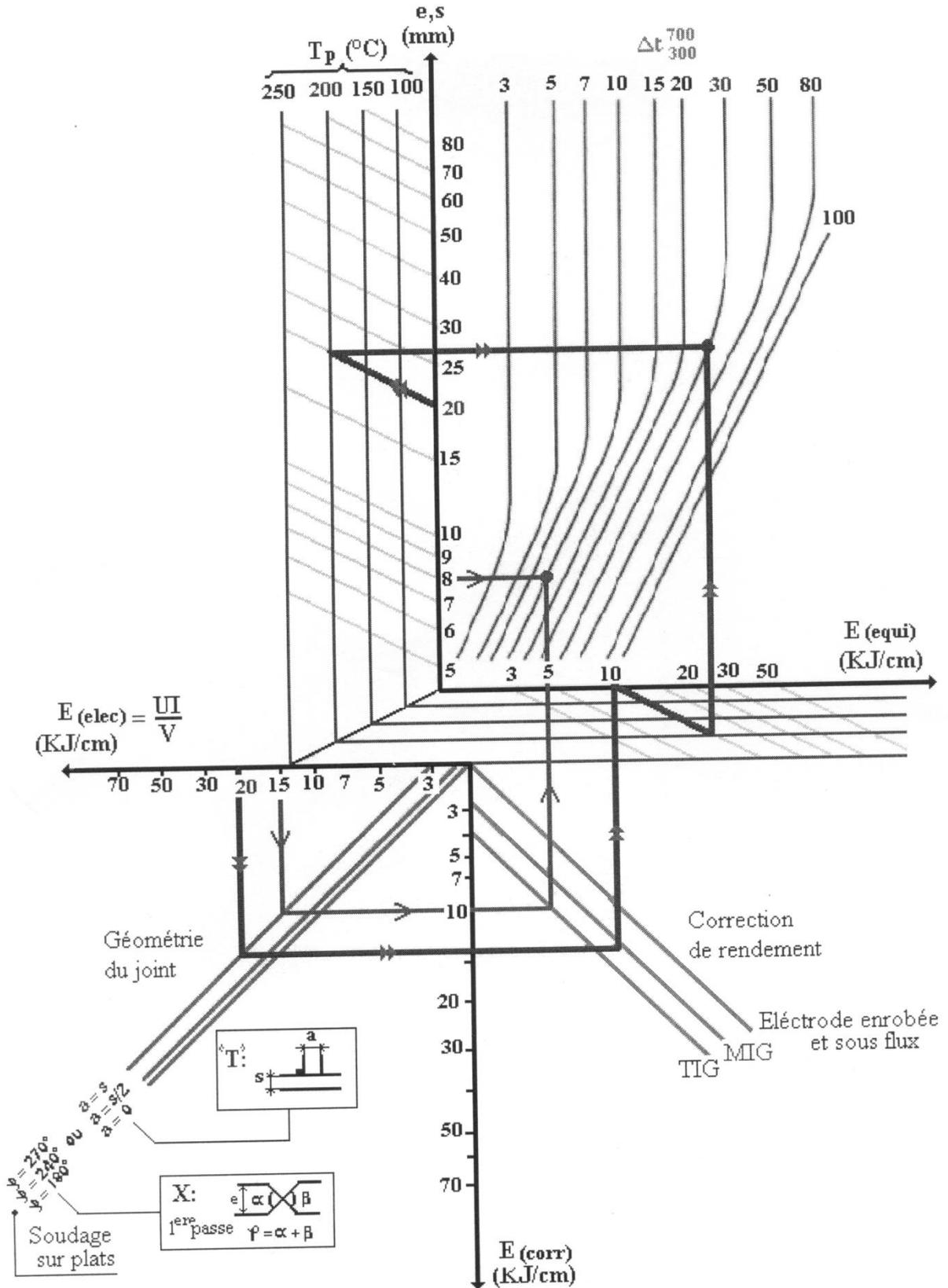
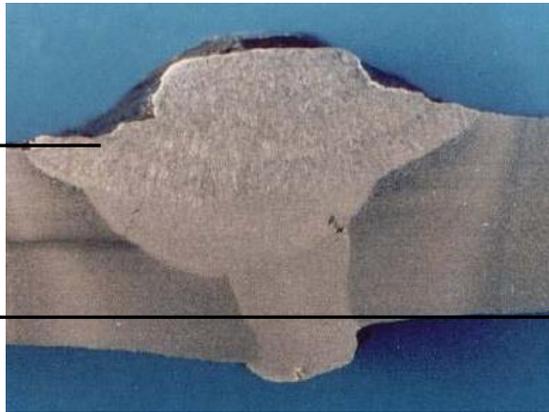
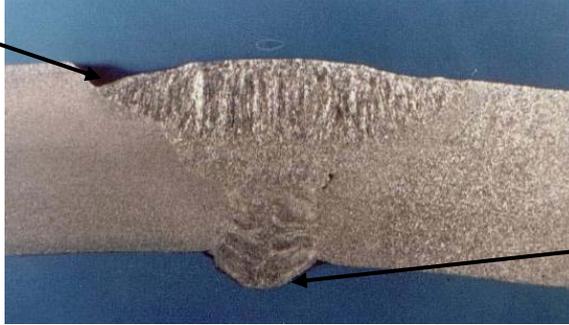


Figure III-4 : abaque paramètre de refroidissement-conditions de soudage de la nuance E 355

Document III.DR04



PARTIE (IV)

Quatrième partie : Automatismes

I.A : ÉNONCÉS (IV) : (de la page PARTIE (IV) 2/12 à la page PARTIE (IV) 8/12)

- 1^{ère} section : Fonctionnement automatique - GRAFCET de Production Normale (GPN)
- 2^{ème} section : Fonctionnement par une structure hiérarchisée de GRAFCETs issues d'un GEMMA
- 3^{ème} section : Fonctionnement manuel - GRAFCET de Marche Manuelle (GMM)

I.B : ANNEXES (IV) (de la page PARTIE (IV) 9/12 à la page PARTIE (IV) 12/12)

ANNEXE (IV)-1 : GRAFCETs de l'automatisme

Document IV.DT01 : GRAFCET de Production Normale – GPN

Document IV.DT02 : Expansion de la macro-étape M3

Document IV.DT03 : GRAFCET de Sécurité – GS

Document IV.DT04 : GRAFCET de Conduite – GC

Document IV.DT05 : GRAFCET de Préparation – GP

Document IV.DT06 : GRAFCET de Marche manuelle - GMM

ANNEXE (IV)-2 : Liste des actions et des informations

Tableau A : Liste des actions et d'informations liées à l'alimentation en bande plastique

Tableau B : Liste des actions et d'informations liées aux vérins pneumatiques des postes

Tableau C : Liste des informations liées à l'opérateur

I.C : DOCUMENT REPONSE (IV) (fourni dans le dossier documents réponse)

Document IV.DR01 : Fiche de GEMMA (Guide d'Étude des Modes de Marche et d'Arrêt)

Présentation de l'automatisme de la doseuse remplisseuse

Compte tenu de la description avancée dans la présentation du thème d'étude [**Partie 0**: Mise en situation et description], on ajoute que la ligne de conditionnement de crème dessert (**Document IV.DT00** fournis dans le dossier documents techniques) est dotée d'un automate programmable industriel (API) qui assure le pilotage de la partie opérative constituée par les différents postes décrits ci-après :

Le **poste 0** d'alimentation en bande plastique est équipé :

- d'une bobine plastique tournant libre autour de son axe.
- de deux rouleaux de dévidage de la bobine tournant en sens inverse et dont l'un est motorisé par un moteur type pas à pas **MD**.
- de deux chaînes à picots montées parallèlement, animées en rotation saccadée (discontinue) par un moteur type pas à pas **ME** et entre lesquelles sont articulées des plaques creuses permettant le logement des pots et servant d'appui aux opérations réalisées et ce, du poste 2 au poste 6 (les plaques creuses articulées ne sont pas représentées sur la Figure IV-1)
- de deux détecteurs de présence, l'un pour informer la partie commande (PC) sur l'état de dévidage de la bobine, quand une réserve de la bande est suspendue, celle-ci se met en contact avec le détecteur **prp**, l'autre détecteur **pbp** est genre photoélectrique pour vérifier la présence de la bande plastique avant chauffage.

Le **poste 1** est destiné au chauffage de la bande plastique qui passe entre deux plaques chauffantes guidées en translation et animés par deux vérins **VCS** et **VCI**, contrôlés en fin de course en montée et descente, chacun par deux capteurs, respectivement (**cs_h**, **cs_b**) et (**ci_h**, **ci_b**).

Le **poste 2** du thermoformage est composé principalement d'un poinçon et d'une matrice, commandés respectivement par les vérins **VPT** et **VMT** dont les courses sont contrôlées respectivement par les capteurs (**pt_h**, **pt_b**) et (**mt_h**, **mt_b**).

Le **poste 3** comportant le doseur alimentant par une conduite flexible un porte-buses qui descend tout près des pots lors du remplissage (évitant les éventuelles projections de crème) animé par un vérin **VPB** ayant une course délimitée par les deux capteurs (**pb_h**, **pb_b**).

Le système de dérouleur d'opercule est motorisé par un motoréducteur **MO**, alimenté à la fois le **poste 4** et le **poste 5** qui sont destinés respectivement au datage (impression de la DLC : Date Limite de Consommation) et au scellage des pots de crème, guidés respectivement par les vérins **VDT** et **VSC** ayant des courses figées par les capteurs respectifs (*dth, dtb*) et (*sch, scb*).

À l'aval de la machine se trouve le **poste 6** de découpage des packs des pots de crème (4 ou 6 selon l'outillage de découpe monté). L'outillage de coupe est doté d'un jeu de lames, commandé en mouvements de pénétration et de dégagement par un vérin **VDE** dont la course est pré réglée par les capteurs (*deh, deb*).

Tous les vérins utilisés sont pneumatiques à double effet, ayant diverses dimensions selon le poste, commandés par des distributeurs 5/3 à centre fermé.

Ces distributeurs sont :

- à commande électromagnétique des deux cotés
- à pilotage pneumatique des deux cotés
- à position médiane centrée par ressorts
- ayant position médiane centrée par ressort
- à commande manuelle auxiliaire des deux côtés (Figure IV.2)

Les capteurs de fin de courses des vérins sont des contacts électriques du type TOR : Tout Ou Rien (Figure IV.3)

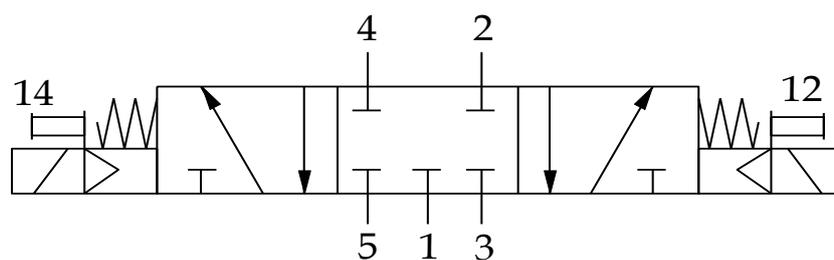


Figure IV.2 : Distributeur 5/3 à commande électropneumatique.

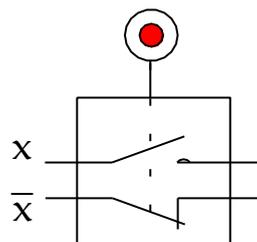


Figure IV.3 : Capteur de fin de course électrique.

1^{ère} Section: Fonctionnement automatique - GRAFCET de Production Normale (GPN)

Le GRAFCET de Production Normale (**Document IV.DT01**) montre que lorsque les conditions initiales sont remplies, deux séquences s'effectuent simultanément :

- Le moteur de dévidage **MD** tourne en premier et s'arrête lorsqu'une réserve de la bande est prête à être tirée par la chaîne à picots animée par le moteur **ME** qui tourne de $n[trs]$ (correspondant au pas d'avancement de la bande) puis s'arrête.
- Le moteur du dérouleur d'opercule **MO** tourne un certain nombre de tours, jusqu'à déviation maximale de barre de tension d'opercule qui entraîne son arrêt.

Les six opérations conduisant à la mise en pots de la crème se font simultanément et sont représentées au GPN en macroétapes **M1**, **M2**, **M3**, **M4**, **M5** et **M6**.

M1 : Chauffe.

Les plaques de chauffe sont asservies en température θ_m (*température de malléabilité du plastique*) qui restera constante durant le fonctionnement de la machine. À l'enclenchement de **M1**, les deux vérins **VCS** et **VCI** sont en position de départ, partent vers la bande à chauffer et se maintiennent chacun en cette position pendant 4 secondes (*nécessaire à la malléabilité du plastique*), puis reviennent à leurs positions de départ.

M2 : Thermoformage.

Le poinçon et la matrice étant totalement décalés de la bande chauffée. Aux conditions initiales réunies, la matrice par son vérin **VMT** se déplace vers le haut, arrivant à course souhaitée, le poinçon par son vérin **VPT** descend et restera en cette position durant 2 secondes afin de garantir un thermoformage complet. En fin de cette phase, le poinçon et matrice reculent simultanément vers leurs positions initiales.

M3 : Dosage.

Seul le porte-buses de remplissage de la crème est lié à la tige du vérin **VPB** qui descend tout près des pots pour assurer le remplissage durant 6 secondes. À l'achèvement du remplissage, le porte-buses regagne sa position initiale. L'expansion de la macro-étape **M3** est fournie au (**Document IV.DT02**)

M4 : Datage.

L'impression de la DLC se fait par tamponnage sur l'opercule, obtenu par les mouvements de descente et de montée d'un dispositif d'impression animé par le vérin **VDT**.

M5 : Scellage.

Cette opération est identique à l'opération précédente sauf que la presse de scellage marque un maintien de 1,5 secondes à la fin de sa descente motorisée par le vérin **VSC**.

M6 : Découpage.

Le découpage se fait identiquement au datage, assuré par les mouvements de descente et de montée de la tige du vérin **VDE**.

Q1) Déterminer les expressions des réceptivités **r1**, **r2** et **r3** du GRAFCET GPN, vérifiant la marche automatique de la machine (**Document IV.DT01**).

Q2) Déterminer l'expression de la réceptivité **r4** de la macro-étape **M3**, vérifiant un remplissage conforme aux données (**Document IV.DT02**).

Q3) Établir les expansions des macro-étapes **M1**, **M2**, **M4**, **M5** et **M6**.

Remarque :

- Chaque expansion de macro-étape **Mi** doit commencer par une étape d'entrée **Ei** et se terminer par une étape de sortie **Si**.
- Les numéros des étapes de l'expansion de la macro-étape **Mi** sont $\{E_i, 100i+1, 100i+2, 100i+3, \dots, 100i+n, S_i\}$ (ex. expansion de **M3** –**Document IV.DT02**)

Q4) Établir le GPN en optant une représentation par des « étapes encapsulantes » :

- Une première « étape encapsulante » pour les opérations '**avance de la bande plastique**' et '**déroulement de l'opercule**'
- Une seconde « étape encapsulante » pour les **expansions des macro-étapes**.

2^{ème} Section: Fonctionnement par une structure hiérarchisée de GRAFCETs issues d'un GEMMA

On suppose que le fonctionnement de la machine étudiée est décrit par un ensemble de GRAFCETs hiérarchisés et synchronisés entre eux. Chaque GRAFCET prendra à sa charge une partie du fonctionnement :

- Le GRAFCET de Sécurité GS (**Document IV.DT03**), hiérarchiquement le plus important, permettra de gérer les arrêts d'urgence.

- Le GRAFCET de Conduite GC (**Document IV.DT04**), hiérarchiquement au-dessus des trois GRAFCETs suivants (GP, GPN et GMM). Il prendra à sa charge la conduite du système (choix de l'un des modes : Automatique, Cycle ou Manuel)
- Le GRAFCET de Préparation GP (**Document IV.DT05**), permettra de préparer la machine avant le fonctionnement de production normale.
- Le GRAFCET de Production Normale GPN (**Document IV.DT01**), permettra de décrire le cycle de fonctionnement normal de la machine.
- Le GRAFCET de Marche Manuelle GMM (**Document IV.DT06**), permettra de gérer le fonctionnement en marche manuelle.

Suite à l'appui sur le bouton **Dcy**, validé par l'allumage d'un voyant vert (**VV**) sur le pupitre de commande (*Figure IV.4*), l'opérateur choisit par la sélection des commutateurs C1 et C2, l'un des modes de fonctionnement suivants, mis en évidence par le GRAFCET de Conduite « **GC** » (**Document IV.DT04**) :

- Mode manuel (**Manu**) ;
- Mode automatique (**Auto**) ;
- Mode cycle unique (**Cycle**) ;

Les deux derniers modes nécessitent une marche de préparation illustrée par le GRAFCET de préparation « **GP** » (**Document IV.DT05**)

Le mode **Cycle** permet à la machine d'effectuer un cycle complet décrit par le GRAFCET de Production Normale « **GPN** » (**Document IV.DT01**) puis s'arrêter. Quant au mode **Auto**, il permet à la machine de fonctionner selon le « **GPN** » en continu et ne s'arrêter qu'à l'appui sur le bouton d'arrêt de cycle **Acy**.

À l'arrêt de ces deux modes le voyant vert **VV** s'éteint pour renseigner l'opérateur de l'achèvement du fonctionnement.

Ci-après est donnée la configuration du pupitre de commande de la machine (*Figure IV.4*)

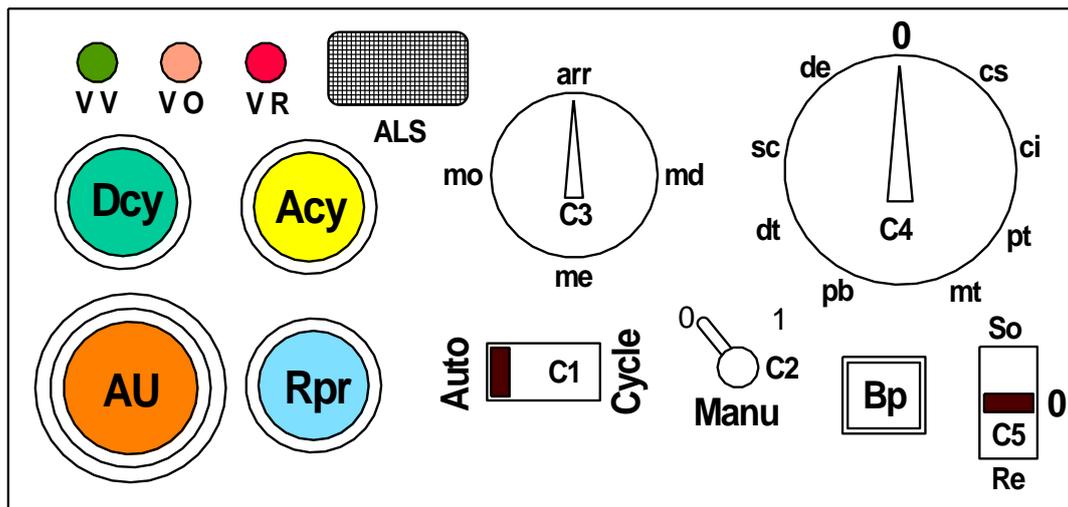


Figure IV.4 : Pupitre de commande

En cas de dysfonctionnement, l'opérateur appuie sur le bouton d'arrêt d'urgence **AU** qui fige tous les GRAFCETs en leurs états actuels. Suite au relâchement de **AU**, tous les GRAFCETs s'initialisent. L'appui sur le bouton **Rpr** permet de reprendre, mais tout en initialisant le GS.

En marche de préparation la partie commande (PC) contrôle les positions de départ de tous les vérins, si cette condition n'est pas vérifiée, une alarme se déclenche pour informer l'opérateur qu'il doit passer en mode **Manu**, validé par l'allumage d'un voyant orange **VO**, afin de mettre les vérins en position 'tige rentrée', ce qui permet par la suite à la bande plastique et l'opercule d'avancer simultanément.

Q5) Expliquer la condition de franchissement de l'étape 10 à l'étape 11 du GRAFCET GC (**Document IV.DT02**).

Q6) A partir de la description avancée, compléter la fiche de GEMMA (Guide d'Étude des Modes de Marche et d'Arrêt) de la machine (**Document Réponse IV.DR01**) fourni dans le dossier documents réponse.

N.B : Cochez les cases non utilisées.

Tous les actionneurs de la machine (moteurs et vérins) au mode **Manu**, fonctionnent seulement que suite à l'appui sur le bouton poussoir **Bp** et à son relâchement s'arrêtent. Toutefois, l'opérateur peut choisir l'actionneur à manœuvrer, par les sélections faites avec les commutateurs C3, C4 et C5 (*Figure IV.4*)

Notons aussi que les vérins ne peuvent fonctionner que si C3 est en position **arr** et C5 est en position **So** ou **Re**.

- Q7)** Rétablir les GRAFCETs en Complétant leurs réceptivités : GC (réceptivités **r5** et **r6**),
GP (réceptivités **r7, r8, r9, r10, r11** et **r12**)
- Q8)** Déterminer les réceptivités **r13, r14** et **r15** du GRAFCET GMM.

3^{ème} Section: Fonctionnement manuel - GRAFCET de Marche Manuelle (GMM)

Ce mode de marche manuelle est illustré par le GRAFCET GMM (**Document IV.DT06**). Ce fonctionnement est nécessaire aux cas suivants :

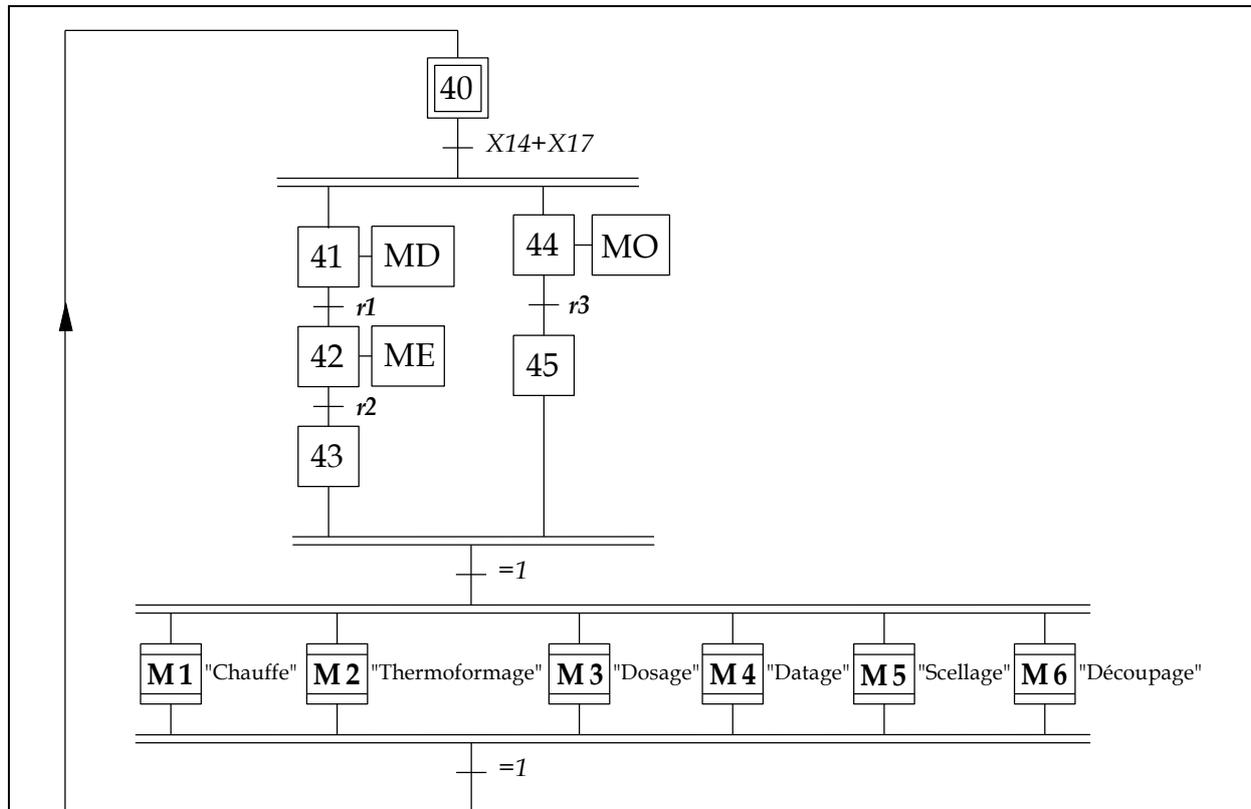
- Premier démarrage après installation d'une nouvelle bobine plastique.
- Mise au point et réglage des courses des éléments de partie opérative (PO) de la machine.
- Suite aux arrêts inopportuns dus aux différents dysfonctionnements ou pannes aux postes.

Q9) Rétablir le GRAFCET GMM en complétant les conditions d'assignation pour chaque action.

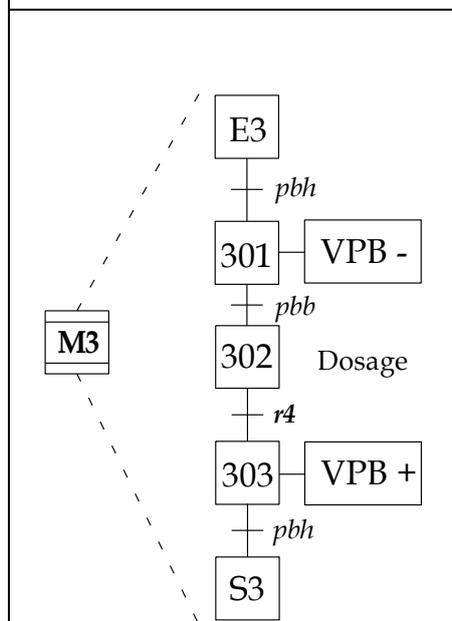
Q10) Pour implanter le GRAFCET GMM sur l'automate programmable industriel (API) :

- Écrire les équations des étapes en utilisant des mémoires monostables et les équations des actions relatives
- Traduire les équations obtenues en schéma LADDER (ou langage à contacts) :
LADDER Diagram.

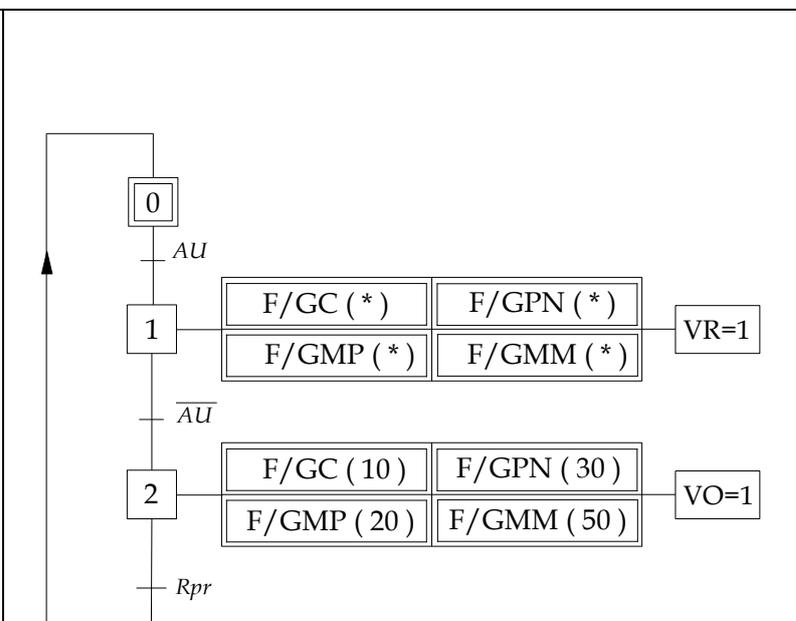
ANNEXE (IV)-1: GRAFCETs de l'automatisme



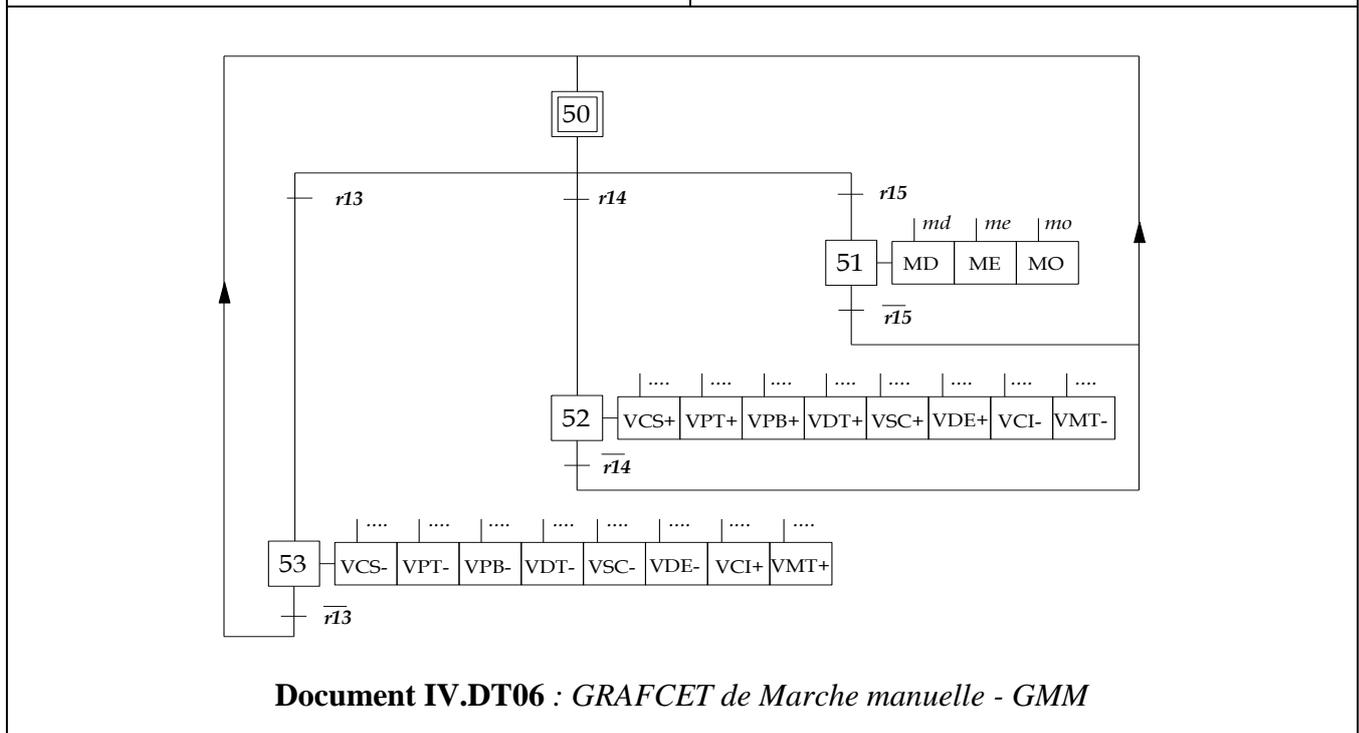
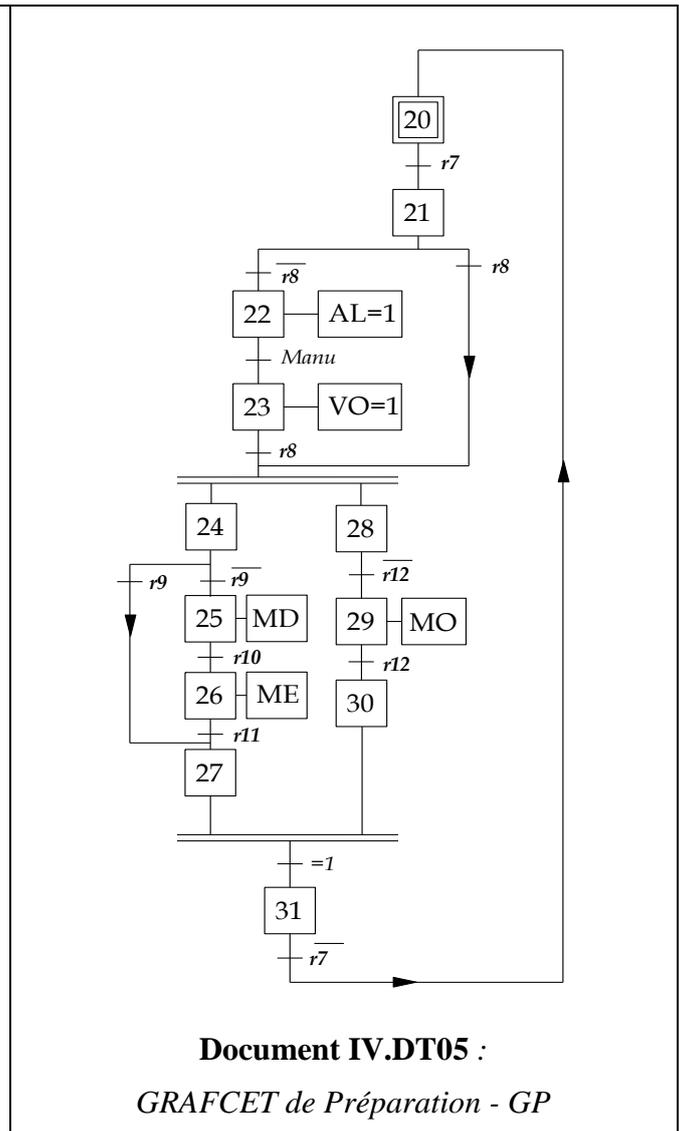
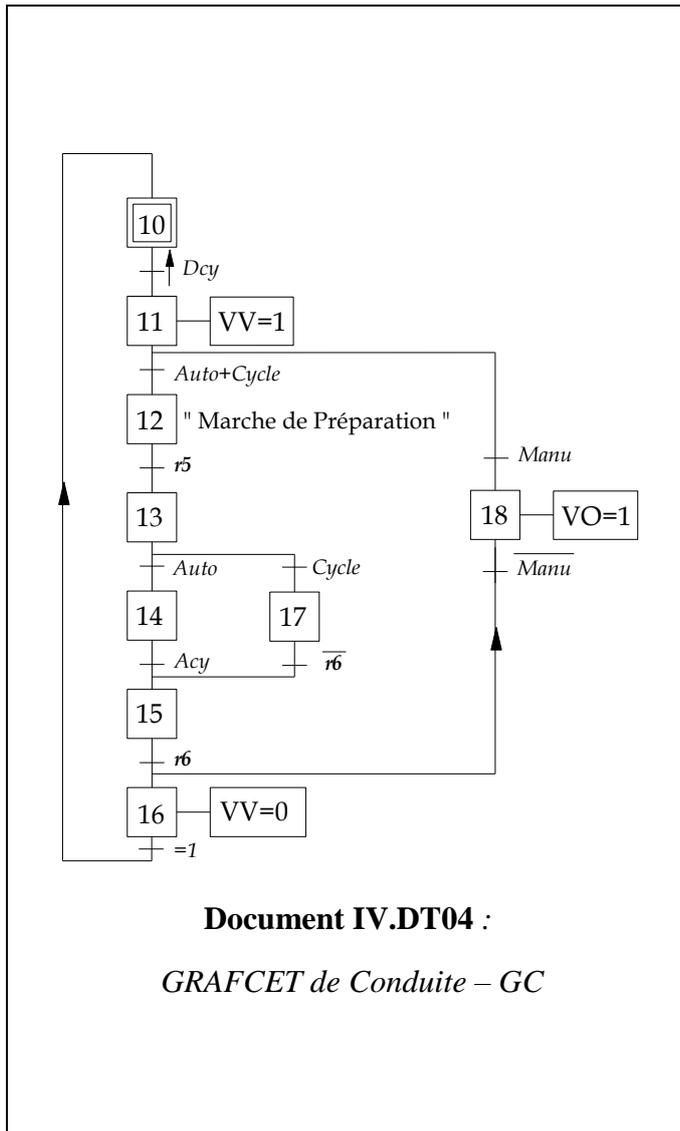
Document IV.DT01 : GRAFCET de Production Normale – GPN



Document IV.DT02 :
Expansion de la macroétape M3



Document IV.DT03 : GRAFCET de Sécurité - GS



ANNEXE (IV)-.2 : Liste des actions et des informations**Tableau A** : Liste des actions et d'informations liées à l'alimentation en bande plastique

Action	Symbole	Information	Symbol e
Rotation du moteur des rouleaux de dévidage de la bobine plastique.	MD	Bande en contact avec le détecteur de réserve de bande	<i>prp</i>
		Présence de bande plastique	<i>pbp</i>
Rotation du moteur d'entraînement de la bande avec les chaînes à picots	ME	<i>n</i> tours effectués correspondant au pas d'avancement de la machine	<i>n[trs]</i>
Rotation du moteur de l'opercule	MO	Barre de tension déviée à la position maximale	<i>bto</i>

Tableau B : Liste des actions et d'informations liées aux vérins pneumatiques des postes

Action	Symbole	Information	Symbole
Montée de la plaque supérieure de la presse de chauffage	VCS+	Plaque supérieure de la presse de chauffage en position haute	<i>csH</i>
Descente de la plaque supérieure de la presse de chauffage	VCS-	Plaque supérieure de la presse de chauffage en position basse	<i>csb</i>
Montée de la plaque inférieure de la presse de chauffage	VCI+	Plaque inférieure de la presse de chauffage en position haute	<i>ciH</i>
Descente de la plaque inférieure de la presse de chauffage	VCI-	Plaque inférieure de la presse de chauffage en position basse	<i>cib</i>
Montée du poinçon de thermoformage	VPT+	Poinçon de thermoformage en position haute	<i>pth</i>
Descente du poinçon de thermoformage	VPT-	Poinçon de thermoformage en position basse	<i>ptb</i>
Montée de la matrice de thermoformage	VMT+	Matrice de thermoformage en position haute	<i>mth</i>
Descente de la matrice de thermoformage	VMT-	Matrice de thermoformage en position basse	<i>mtb</i>
Montée du porte-buses	VPB+	Porte-buses en position haute	<i>pbH</i>
Descente du porte-buses	VPB-	Porte-buses en position basse	<i>pbb</i>
Montée du dateur	VDT+	Dateur en position haute	<i>dth</i>
Descente du dateur	VDT-	Dateur en position basse	<i>dtb</i>
Montée de la presse de scellage	VSC+	Presse de scellage en position haute	<i>sch</i>
Descente de la presse de scellage	VSC-	Presse de scellage en position basse	<i>scb</i>
Montée de la presse de découpage	VDE+	Presse de découpage en position haute	<i>deH</i>
Descente de la presse de découpage	VDE-	Presse de découpage en position basse	<i>deb</i>

Tableau C : Liste des informations liées à l'opérateur

Pupitre	Information d'entrée	Symbole
Bouton à déverrouillage par rotation	Bouton d'arrêt d'urgence	<i>AU</i>
Boutons poussoirs	Bouton poussoir de départ de cycle	<i>Dcy</i>
	Bouton poussoir d'arrêt de cycle	<i>Acy</i>
	Bouton poussoir de commande en mode manuel	<i>Bp</i>
	Bouton poussoir de reprise après forçage	<i>Rpr</i>
Commutateur C1	Sélection du mode automatique	<i>Auto</i>
	Sélection du mode par cycle	<i>Cycle</i>
Commutateur C2	Sélection du mode manuel	<i>Manu</i>
Commutateur C3	Sélection du moteur de dévidage (en mode manuel)	<i>md</i>
	Sélection du moteur d'entraînement (en mode manuel)	<i>me</i>
	Sélection du moteur d'opercule (en mode manuel)	<i>mo</i>
	Sélection d'arrêt des moteurs (en mode manuel)	<i>arr</i>
Commutateur C4	Sélection du vérin VCS de la plaque supérieure de la presse de chauffage	<i>cs</i>
	Sélection du vérin VCI de la plaque inférieure de la presse de chauffage	<i>ci</i>
	Sélection du vérin VPT du poinçon de thermoformage	<i>pt</i>
	Sélection du vérin VMT de la matrice de thermoformage	<i>mt</i>
	Sélection du vérin VPB porte-buses	<i>pb</i>
	Sélection du vérin VDT du dateur	<i>dt</i>
	Sélection du vérin VSC de la presse de scellage	<i>sc</i>
	Sélection du vérin VDE de la presse de découpage	<i>de</i>
	Aucune sélection	<i>0</i>
Commutateur C5	Sélection de sortie des vérins	<i>So</i>
	Sélection de rentrée des vérins	<i>Re</i>

Information de sortie (sur le pupitre)	Symbole
Voyant vert	<i>VV</i>
Voyant orange	<i>VO</i>
Voyant rouge	<i>VR</i>
Alarme sonore	<i>ALS</i>

CORRECTION PARTIE (I)

Technologie de Conception

1^{ère} Section : Etude Technologique

Q1)

(7) : Voyant ; Contrôler le niveau de l'huile de lubrification.

(8) : Vis à tête hexagonale ; Boucher l'orifice de vidange de l'huile.

(10) : Vis à tête hexagonale ; Boucher l'orifice de remplissage de l'huile.

Q2)

- Description de la solution
 - Le guidage en rotation de la vis sans fin (3) par rapport au carter (1) est assuré par deux roulements à billes à contact radial (4) et (4').
- Critiques
 - Le type de roulement utilisé n'est pas le mieux adapté pour le guidage en rotation d'une vis sans fin qui est le siège d'une charge axiale généralement importante. Des roulements à rouleaux coniques ou à billes à contact oblique sont plus conseillés dans ce cas.
 - Les règles de montage pour les roulements à billes à contact radial n'ont pas été respectées : un seul obstacle contre chaque bague tournante.
 - La charge axiale sur la vis sans fin est encaissée par un obstacle léger (anneau élastique).

Q3)

La composante axiale de la force exercée par la vis (3) sur la roue (2) doit être toujours encaissée par le contact plan roue (2)/carter (1) afin d'éviter de serrer la bielle entre la roue (2) et le boîtier (24). C'est pour cette raison que la vis (2) doit tourner impérativement dans le sens indiqué sur le dessin d'ensemble.

Q4)

(1) : Fonte : Carter obtenu par moulage et qui présente des surfaces usinées. Exemple : EN-GJL-150

(2) : Alliage de cuivre : Roue creuse qui doit présenter les bonnes propriétés de frottement et d'usure. Exemple : CW452K[CuSn6P]

(3) : Acier faiblement allié : Vis sans fin sollicitée à la torsion, à la flexion et qui présente des contacts localisés. Acier de bonnes caractéristiques mécaniques. Exemple : 34CrMo4

Q5)

(1)/(2) : Pivot ; Assemblage cylindrique + contact plan.

(2)/(29) : Glissière ; Assemblage cylindrique + rainure droite sur (2) + languette sur (29).

(29)/(35) : Glissière ; Rainure droite sur (29) + languette sur (35).

(35)/(19) : Pivot ; Assemblage cylindrique + contact plan.

(19)/(17) : Pivot glissant ; assemblage cylindrique.

(19)/(2) : Appui plan ; contact plan.

(17)/(16) : Pivot glissant ; Alésage sur (17) + alésage sur (16) + axe d'articulation (18).

(16)/(15) : Pivot glissant ; Assemblage cylindrique.

(29)/(25) : Rotule ; Roulement à billes à contact radial (30).

(25)/(26) : Encastrement ; Assemblage cylindrique + vis de pression (27).

(26)/(24) : Hélicoïdale ; assemblage fileté.

Q6)

Pour régler la course du coulisseau (16), l'opérateur engendre la rotation du tambour gradué (26) solidaire à la vis (25). La liaison hélicoïdale (25)/(24) permet de générer un mouvement de translation de la vis (25). Ce mouvement est communiqué, au moyen du roulement (30), à la pièce (29) guidée en translation par rapport à la roue (2). La translation de la pièce (29), qui porte une rainure droite oblique, entraîne le coulisement de de la pièce (35) dans cette rainure. La pièce (35), en liaison pivot de l'autre côté avec la pièce (19) qui correspond à l'excentrique, engendre la translation de cette dernière dans son plan. Ceci entraîne une variation de l'excentricité et par conséquent de la course du coulisseau (16).

Q7)

Le réglage de la course peut se faire en marche.

Q8)

Mouvement relatif entre (29) et (19) :

a) pendant le fonctionnement du mécanisme pour une position de réglage fixée : Aucun mouvement.

b) pendant l'étape de réglage : Translation.

Q9)

On peut envisager une liaison glissière, de même direction que celle de la rainure droite oblique sur la pièce (29), comme une autre solution de la liaison entre (29) et (19).

Q10)

Après chaque opération de réglage du débit de la pompe, le serrage de la vis à tête moletée (36) permet de verrouiller la liaison hélicoïdale (24)/(25) afin d'éviter le dérèglement du débit.

Type de matériau pour la pièce (37) : Matière plastique ; Matière molle permettant de protéger les filets de la vis (25) contre l'écrasement par l'extrémité de la vis (36) pendant le serrage de cette dernière.

Q11)

Pièce (21)

Nom : Soufflet

Fonction : Assurer l'étanchéité

Matériau : Caoutchouc (élastomère)

Q12)

Rôle des rainures R : Permettre le passage et le retour d'huile pour la lubrification de la surface de contact coulisseau (16)/cylindre (15).

2^{ème} Section : Etude Cinématique

$$\text{Q13) } Cad = N_m \frac{Z_3}{Z_2} \Rightarrow N_m = Cad \frac{Z_2}{Z_3} \Rightarrow N_m = 25 \times \frac{58}{1} \Rightarrow N_m = 1450 \text{ tr/min}$$

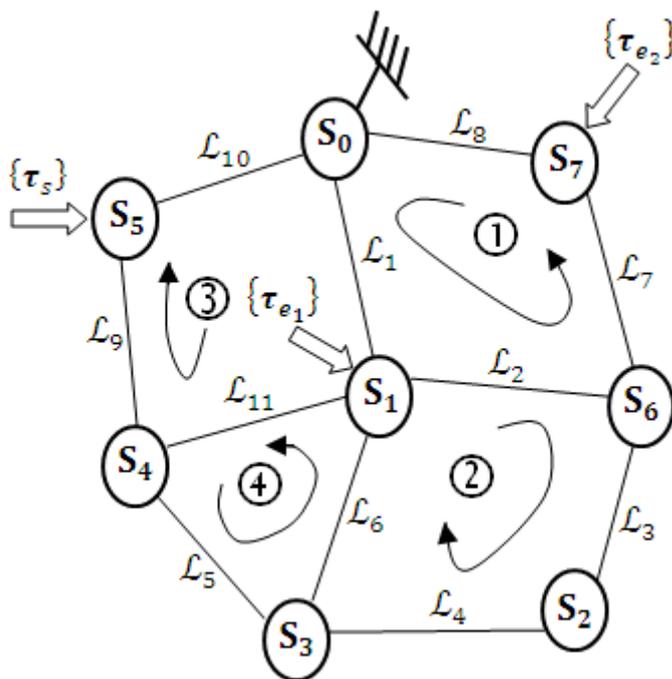
$$\text{Q14) } C_{Max} = 2 \times e_{Max} = 2 \times \left(6 \times \frac{3}{2} \right) = 18 \text{ mm}$$

3^{ème} Section : Mobilité et Hyperstatisme du mécanisme

Q15/ Classes d'équivalence :

- $(S_0) = \{1; 5; 6; 7; 8; 9; 10; 11; 12; 13; 14; 15; 24; 28; 36; 37; BE4; BE4'\}$
- $(S_1) = \{2\}$
- $(S_2) = \{35\}$
- $(S_3) = \{19\}$
- $(S_4) = \{17\}$
- $(S_5) = \{16; 18; 20\}$
- $(S_6) = \{29; BI30; 31; 32\}$
- $(S_7) = \{25; 26; 27; BE30; 33; 34\}$

Q16/ Graphe de liaisons :



- \mathcal{L}_1 : pivot d'axe (O_1, \vec{z}) ,
- \mathcal{L}_2 : Glissière d'axe (O_2, \vec{z}) ,
- \mathcal{L}_3 : Glissière d'axe (O_3, \vec{x}_6) ,
- \mathcal{L}_4 : pivot d'axe (O_4, \vec{y}_1) ,
- \mathcal{L}_5 : pivot glissant d'axe (O_5, \vec{z}) ,
- \mathcal{L}_6 : appui plan de normale (O_6, \vec{z}) ,
- \mathcal{L}_7 : rotule de centre O_7 ,
- \mathcal{L}_8 : hélicoïdale d'axe (O_8, \vec{z}) ,
- \mathcal{L}_9 : pivot glissant d'axe (O_9, \vec{z}) ,
- \mathcal{L}_{10} : pivot glissant d'axe (O_{10}, \vec{x}) ,
- \mathcal{L}_{11} : appui plan de normale (O_{11}, \vec{z}) .

Q17/ Nombre cyclomatique :

$$\gamma = l - n + 1$$

Où :

- l : nombre de liaisons ; [$l = 11$ pour notre cas]
- n : nombre de pièces. [$n = 8$ pour notre mécanisme]

AN°/

$$\gamma = 11 - 8 + 1 = 4$$

$$\gamma = 4$$

D'où il existe 4 cycles indépendants :

- ✓ Cycle ① : $\{\mathbf{S}_0 - \mathbf{S}_1 - \mathbf{S}_6 - \mathbf{S}_7 - \mathbf{S}_0\}$
- ✓ Cycle ② : $\{\mathbf{S}_1 - \mathbf{S}_6 - \mathbf{S}_2 - \mathbf{S}_3 - \mathbf{S}_1\}$
- ✓ Cycle ③ : $\{\mathbf{S}_0 - \mathbf{S}_1 - \mathbf{S}_4 - \mathbf{S}_5 - \mathbf{S}_0\}$
- ✓ Cycle ④ : $\{\mathbf{S}_1 - \mathbf{S}_4 - \mathbf{S}_3 - \mathbf{S}_1\}$

Q18/ Torseurs cinématiques des différentes liaisons :

Liaison	Torseur cinématique au point \mathcal{O}_i et dans le repère \mathcal{R}_i	Torseur cinématique au point \mathcal{O}_1 et dans le repère \mathcal{R}
\mathcal{L}_1	$\{v_1\}_{\mathcal{O}_1, \mathcal{R}_0} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \gamma_1 & 0 \end{pmatrix}_{\mathcal{O}_1, \mathcal{R}}$	$\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \gamma_1 & 0 \end{pmatrix}_{\mathcal{O}_1, \mathcal{R}}$
\mathcal{L}_2	$\{v_2\}_{\mathcal{O}_2, \mathcal{R}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \omega_2 \end{pmatrix}_{\mathcal{O}_2, \mathcal{R}}$	$\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \omega_2 \end{pmatrix}_{\mathcal{O}_1, \mathcal{R}}$
\mathcal{L}_3	$\{v_3\}_{\mathcal{O}_3, \mathcal{R}_6} = \begin{pmatrix} 0 & u_3 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}_{\mathcal{O}_3, \mathcal{R}_6}$	$\begin{pmatrix} 0 & u_3 \cos \psi \cos \theta \\ 0 & u_3 \cos \psi \sin \theta \\ 0 & u_3 \sin \psi \end{pmatrix}_{\mathcal{O}_1, \mathcal{R}}$
\mathcal{L}_4	$\{v_4\}_{\mathcal{O}_4, \mathcal{R}_1} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ \beta_4 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}_{\mathcal{O}_4, \mathcal{R}_1}$	$\begin{pmatrix} -\beta_4 \sin \theta & -c_4 \beta_4 \cos \theta \\ \beta_4 \cos \theta & -c_4 \beta_4 \sin \theta \\ 0 & a_4 \beta_4 \cos \theta + b_4 \beta_4 \sin \theta \end{pmatrix}_{\mathcal{O}_1, \mathcal{R}}$
\mathcal{L}_5	$\{v_5\}_{\mathcal{O}_5, \mathcal{R}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \gamma_5 & \omega_5 \end{pmatrix}_{\mathcal{O}_5, \mathcal{R}}$	$\begin{pmatrix} 0 & b_5 \gamma_5 \\ 0 & -a_5 \gamma_5 \\ \gamma_5 & \omega_5 \end{pmatrix}_{\mathcal{O}_1, \mathcal{R}}$
\mathcal{L}_6	$\{v_6\}_{\mathcal{O}_6, \mathcal{R}} = \begin{pmatrix} 0 & u_6 \\ 0 & v_6 \\ \gamma_6 & 0 \end{pmatrix}_{\mathcal{O}_6, \mathcal{R}}$	$\begin{pmatrix} 0 & u_6 \\ 0 & v_6 - a_6 \gamma_6 \\ \gamma_6 & 0 \end{pmatrix}_{\mathcal{O}_1, \mathcal{R}}$
\mathcal{L}_7	$\{v_7\}_{\mathcal{O}_7, \mathcal{R}} = \begin{pmatrix} \alpha_7 & 0 \\ \beta_7 & 0 \\ \gamma_7 & 0 \end{pmatrix}_{\mathcal{O}_7, \mathcal{R}}$	$\begin{pmatrix} \alpha_7 & -c_7 \beta_7 \\ \beta_7 & c_7 \alpha_7 \\ \gamma_7 & 0 \end{pmatrix}_{\mathcal{O}_1, \mathcal{R}}$
\mathcal{L}_8	$\{v_8\}_{\mathcal{O}_8, \mathcal{R}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \gamma_8 & k \gamma_8 \end{pmatrix}_{\mathcal{O}_8, \mathcal{R}}$	$\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \gamma_8 & k \gamma_8 \end{pmatrix}_{\mathcal{O}_1, \mathcal{R}}$
\mathcal{L}_9	$\{v_9\}_{\mathcal{O}_9, \mathcal{R}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \gamma_9 & \omega_9 \end{pmatrix}_{\mathcal{O}_9, \mathcal{R}}$	$\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -a_9 \gamma_9 \\ \gamma_9 & \omega_9 \end{pmatrix}_{\mathcal{O}_1, \mathcal{R}}$

\mathcal{L}_{10}	$\{v_{10}\}_{\mathcal{O}_{10},\mathcal{R}} = \begin{Bmatrix} \alpha_{10} & u_{10} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{\mathcal{O}_{10},\mathcal{R}}$	$\begin{Bmatrix} \alpha_{10} & u_{10} \\ 0 & c_{10}\alpha_{10} \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{\mathcal{O}_1,\mathcal{R}}$
\mathcal{L}_{11}	$\{v_{11}\}_{\mathcal{O}_{11},\mathcal{R}} = \begin{Bmatrix} 0 & u_{11} \\ 0 & v_{11} \\ \gamma_{11} & 0 \end{Bmatrix}_{\mathcal{O}_{11},\mathcal{R}}$	$\begin{Bmatrix} 0 & u_{11} \\ 0 & v_{11} - \alpha_{11}\gamma_{11} \\ \gamma_{11} & 0 \end{Bmatrix}_{\mathcal{O}_1,\mathcal{R}}$

Avec :

- $\vec{x}_1 = \cos\theta\vec{x} + \sin\theta\vec{y}$
- $\vec{y}_1 = -\sin\theta\vec{x} + \cos\theta\vec{y}$
- $\vec{z}_1 = \vec{z}$
- $\vec{x}_6 = \cos\psi\vec{x}_1 + \sin\psi\vec{z}$
- $\vec{y}_6 = \vec{y}_1$
- $\vec{z}_6 = -\sin\psi\vec{x}_1 + \cos\psi\vec{z}$

Q19/ Etude cinématique :

En écrivant pour les 4 chaînes continues fermées la loi de composition des torseurs cinématiques, on obtient :

- ✚ Cycle ① : Les liaisons qui interviennent sont : \mathcal{L}_1 , \mathcal{L}_2 , \mathcal{L}_7 et \mathcal{L}_8 .
On peut écrire ainsi : $\{v_1\}_{\mathcal{O}_1,\mathcal{R}} + \{v_2\}_{\mathcal{O}_1,\mathcal{R}} + \{v_7\}_{\mathcal{O}_1,\mathcal{R}} + \{v_8\}_{\mathcal{O}_1,\mathcal{R}} = \{0\}$

Remplaçons chaque torseur par son expression trouvé précédemment, on aura :

$$\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \gamma_1 & 0 \end{Bmatrix}_{\mathcal{O}_1,\mathcal{R}} + \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \omega_2 \end{Bmatrix}_{\mathcal{O}_1,\mathcal{R}} + \begin{Bmatrix} \alpha_7 & -c_7\beta_7 \\ \beta_7 & c_7\alpha_7 \\ \gamma_7 & 0 \end{Bmatrix}_{\mathcal{O}_1,\mathcal{R}} + \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \gamma_8 & k\gamma_8 \end{Bmatrix}_{\mathcal{O}_1,\mathcal{R}} = \{0\}$$

D'où :

$$\begin{cases} \alpha_7 = 0 \\ \beta_7 = 0 \\ \gamma_1 + \gamma_7 + \gamma_8 = 0 \\ -c_7\beta_7 = 0 \\ c_7\alpha_7 = 0 \\ \omega_2 + k\gamma_8 = 0 \end{cases} \text{ ce qui donne : } \begin{cases} \alpha_7 = 0 \\ \beta_7 = 0 \\ \gamma_1 + \gamma_7 + \gamma_8 = 0 \\ \omega_2 + k\gamma_8 = 0 \end{cases}$$

- ✚ Cycle ② : Les liaisons qui interviennent sont : \mathcal{L}_2 , \mathcal{L}_3 , \mathcal{L}_4 et \mathcal{L}_6 .
On peut écrire ainsi : $\{v_2\}_{\mathcal{O}_1,\mathcal{R}} + \{v_3\}_{\mathcal{O}_1,\mathcal{R}} + \{v_4\}_{\mathcal{O}_1,\mathcal{R}} + \{v_6\}_{\mathcal{O}_1,\mathcal{R}} = \{0\}$

Remplaçons chaque torseur par son expression trouvé précédemment, on aura :

$$\begin{aligned} & \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \omega_2 \end{Bmatrix}_{O_1, \mathcal{R}} + \begin{Bmatrix} 0 & u_3 \cos \psi \cos \theta \\ 0 & u_3 \cos \psi \sin \theta \\ 0 & u_3 \sin \psi \end{Bmatrix}_{O_1, \mathcal{R}} + \begin{Bmatrix} -\beta_4 \sin \theta & -c_4 \beta_4 \cos \theta \\ \beta_4 \cos \theta & -c_4 \beta_4 \sin \theta \\ 0 & a_4 \beta_4 \cos \theta + b_4 \beta_4 \sin \theta \end{Bmatrix}_{O_1, \mathcal{R}} \\ & + \begin{Bmatrix} 0 & u_6 \\ 0 & v_6 - a_6 \gamma_6 \\ \gamma_6 & 0 \end{Bmatrix}_{O_1, \mathcal{R}} = \{0\} \end{aligned}$$

D'où :

$$\begin{cases} -\beta_4 \sin \theta = 0 \\ \beta_4 \cos \theta = 0 \\ \gamma_6 = 0 \\ u_3 \cos \psi \cos \theta - c_4 \beta_4 \cos \theta + u_6 = 0 \\ u_3 \cos \psi \sin \theta - c_4 \beta_4 \sin \theta + v_6 - a_6 \gamma_6 = 0 \\ \omega_2 + u_3 \sin \psi + a_4 \beta_4 \cos \theta + b_4 \beta_4 \sin \theta = 0 \end{cases} \quad \text{ce qui donne :} \quad \begin{cases} \beta_4 = 0 \\ \gamma_6 = 0 \\ u_3 \cos \psi \cos \theta + u_6 = 0 \\ u_3 \cos \psi \sin \theta + v_6 = 0 \\ \omega_2 + u_3 \sin \psi = 0 \end{cases}$$

✚ Cycle ③ : Les liaisons qui interviennent sont : \mathcal{L}_1 , \mathcal{L}_9 , \mathcal{L}_{10} et \mathcal{L}_{11} .

On peut écrire ainsi : $\{v_1\}_{O_1, \mathcal{R}} + \{v_9\}_{O_1, \mathcal{R}} + \{v_{10}\}_{O_1, \mathcal{R}} + \{v_{11}\}_{O_1, \mathcal{R}} = \{0\}$

Remplaçons chaque torseur par son expression trouvée précédemment, on aura :

$$\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \gamma_1 & 0 \end{Bmatrix}_{O_1, \mathcal{R}} + \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -a_9 \gamma_9 \\ \gamma_9 & \omega_9 \end{Bmatrix}_{O_1, \mathcal{R}} + \begin{Bmatrix} \alpha_{10} & u_{10} \\ 0 & c_{10} \alpha_{10} \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{O_1, \mathcal{R}} + \begin{Bmatrix} 0 & u_{11} \\ 0 & v_{11} - a_{11} \gamma_{11} \\ \gamma_{11} & 0 \end{Bmatrix}_{O_1, \mathcal{R}} = \{0\}$$

D'où :

$$\begin{cases} \alpha_{10} = 0 \\ \gamma_1 + \gamma_9 + \gamma_{11} = 0 \\ u_{10} + u_{11} = 0 \\ -a_9 \gamma_9 + c_{10} \alpha_{10} + v_{11} - a_{11} \gamma_{11} = 0 \\ \omega_9 = 0 \end{cases} \quad \text{ce qui donne :} \quad \begin{cases} \alpha_{10} = 0 \\ \gamma_1 + \gamma_9 + \gamma_{11} = 0 \\ u_{10} + u_{11} = 0 \\ -a_9 \gamma_9 + v_{11} - a_{11} \gamma_{11} = 0 \\ \omega_9 = 0 \end{cases}$$

✚ Cycle ④ : Les liaisons qui interviennent sont : \mathcal{L}_5 , \mathcal{L}_6 et \mathcal{L}_{11} .

On peut écrire ainsi : $\{v_5\}_{O_1, \mathcal{R}} + \{v_6\}_{O_1, \mathcal{R}} + \{v_{11}\}_{O_1, \mathcal{R}} = \{0\}$

Remplaçons chaque torseur par son expression trouvée précédemment, on aura :

$$\begin{Bmatrix} 0 & b_5 \gamma_5 \\ 0 & -a_5 \gamma_5 \\ \gamma_5 & \omega_5 \end{Bmatrix}_{O_1, \mathcal{R}} + \begin{Bmatrix} 0 & u_6 \\ 0 & v_6 - a_6 \gamma_6 \\ \gamma_6 & 0 \end{Bmatrix}_{O_1, \mathcal{R}} + \begin{Bmatrix} 0 & u_{11} \\ 0 & v_{11} - a_{11} \gamma_{11} \\ \gamma_{11} & 0 \end{Bmatrix}_{O_1, \mathcal{R}} = \{0\}$$

D'où :

$$\begin{cases} \gamma_5 + \gamma_6 + \gamma_{11} = 0 \\ b_5 \gamma_5 + u_6 + u_{11} = 0 \\ -a_5 \gamma_5 + v_6 - a_6 \gamma_6 + v_{11} - a_{11} \gamma_{11} = 0 \\ \omega_5 = 0 \end{cases}$$

On obtient ainsi 18 équations cinématiques indépendantes : $r_c = 18$

Or notre mécanisme fait intervenir 20 inconnues cinématiques :

$$N_c = \sum_{i=1}^{11} n c_i = 1 + 1 + 1 + 1 + 2 + 3 + 3 + 1 + 2 + 2 + 3 = 20$$

La mobilité de notre mécanisme s'écrit :

$$m = N_c - r_c$$

D'où : $m = 20 - 18 = 2$,

$$m = 2$$

Le mécanisme donc possède deux (02) mobilités :

Les lois entrée/sortie :

- ✓ Rotation de (S_1) autour de l'axe (O_1, \vec{z}) engendre la translation de (S_5) suivant l'axe (O_{10}, \vec{x}).
- ✓ Rotation de (S_7) autour de l'axe (O_8, \vec{z}) engendre la translation de (S_5) suivant l'axe (O_{10}, \vec{x}).

Q20/ Hyperstatisme du mécanisme :

Le degré d'hyperstatisme du mécanisme (Chaîne complexe) s'écrit :

$$h = 6\gamma + m - N_c$$

D'où : $h = 6 * 4 + 2 - 20 = 6$

$$h = 6$$

Le mécanisme est hyperstatique d'ordre 6.

Q21/ Torseurs statiques des différentes liaisons :

Liaison	Torseur statique au point O_i et dans le repère \mathcal{R}_i	Torseur statique au point O_1 et dans le repère \mathcal{R}
\mathcal{L}_1	$\{\tau_{S_0 \rightarrow S_1}\} = \{\tau_1\} = \begin{Bmatrix} X_1 & L_1 \\ Y_1 & M_1 \\ Z_1 & 0 \end{Bmatrix}_{O_1, \mathcal{R}_1}$	$\begin{Bmatrix} X_1 & L_1 \\ Y_1 & M_1 \\ Z_1 & 0 \end{Bmatrix}_{O_1, \mathcal{R}}$
\mathcal{L}_2	$\{\tau_{S_1 \rightarrow S_6}\} = \{\tau_2\} = \begin{Bmatrix} X_2 & L_2 \\ Y_2 & M_2 \\ 0 & N_2 \end{Bmatrix}_{O_2, \mathcal{R}_1}$	$\left. \begin{Bmatrix} X_2 \cos\theta - Y_2 \sin\theta & L_2 \cos\theta - M_2 \sin\theta - c_2(X_2 \sin\theta + Y_2 \cos\theta) \\ X_2 \sin\theta + Y_2 \cos\theta & L_2 \sin\theta + M_2 \cos\theta + c_2(X_2 \cos\theta - Y_2 \sin\theta) \\ 0 & N_2 + a_2(X_2 \sin\theta + Y_2 \cos\theta) - b_2(X_2 \cos\theta - Y_2 \sin\theta) \end{Bmatrix}_{O_1, \mathcal{R}} \right\}$

\mathcal{L}_3	$\{\tau_{S_6 \rightarrow S_2}\} = \{\tau_3\} = \begin{pmatrix} 0 & L_3 \\ Y_3 & M_3 \\ Z_3 & N_3 \end{pmatrix}_{O_3, \mathcal{R}_6}$	$\begin{pmatrix} -Z_3 \sin \psi \cos \theta - Y_3 \sin \theta & A \\ -Z_3 \sin \psi \sin \theta + Y_3 \cos \theta & B \\ Z_3 \cos \psi & C \end{pmatrix}_{O_1, \mathcal{R}}$
\mathcal{L}_4	$\{\tau_{S_2 \rightarrow S_3}\} = \{\tau_4\} = \begin{pmatrix} X_4 & L_4 \\ Y_4 & 0 \\ Z_4 & N_4 \end{pmatrix}_{O_4, \mathcal{R}_1}$	$\begin{pmatrix} X_4 \cos \theta - Y_4 \sin \theta & L_4 \cos \theta + b_4 Z_4 - c_4 (X_4 \sin \theta + Y_4 \cos \theta) \\ X_4 \sin \theta + Y_4 \cos \theta & L_4 \sin \theta - a_4 Z_4 + c_4 (X_4 \cos \theta - Y_4 \sin \theta) \\ Z_4 & N_4 + a_4 (X_4 \sin \theta + Y_4 \cos \theta) - b_4 (X_4 \cos \theta - Y_4 \sin \theta) \end{pmatrix}_{O_1, \mathcal{R}}$
\mathcal{L}_5	$\{\tau_{S_4 \rightarrow S_3}\} = \{\tau_5\} = \begin{pmatrix} X_5 & L_5 \\ Y_5 & M_5 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}_{O_5, \mathcal{R}}$	$\begin{pmatrix} X_5 & L_5 - c_5 Y_5 \\ Y_5 & M_5 + c_5 X_5 \\ 0 & a_5 Y_5 - b_5 X_5 \end{pmatrix}_{O_1, \mathcal{R}}$
\mathcal{L}_6	$\{\tau_{S_3 \rightarrow S_1}\} = \{\tau_6\} = \begin{pmatrix} 0 & L_6 \\ 0 & M_6 \\ Z_6 & 0 \end{pmatrix}_{O_6, \mathcal{R}}$	$\begin{pmatrix} 0 & L_6 \\ 0 & M_6 - a_6 Z_6 \\ Z_6 & 0 \end{pmatrix}_{O_1, \mathcal{R}}$
\mathcal{L}_7	$\{\tau_{S_6 \rightarrow S_7}\} = \{\tau_7\} = \begin{pmatrix} X_7 & 0 \\ Y_7 & 0 \\ Z_7 & 0 \end{pmatrix}_{O_7, \mathcal{R}}$	$\begin{pmatrix} X_7 & -c_7 Y_7 \\ Y_7 & c_7 X_7 \\ Z_7 & 0 \end{pmatrix}_{O_1, \mathcal{R}}$
\mathcal{L}_8	$\{\tau_{S_7 \rightarrow S_0}\} = \{\tau_8\} = \begin{pmatrix} X_8 & L_8 \\ Y_8 & M_8 \\ Z_8 & -k Z_8 \end{pmatrix}_{O_8, \mathcal{R}}$	$\begin{pmatrix} X_8 & L_8 - c_8 Y_8 \\ Y_8 & M_8 + c_8 X_8 \\ Z_8 & -k Z_8 \end{pmatrix}_{O_1, \mathcal{R}}$
\mathcal{L}_9	$\{\tau_{S_4 \rightarrow S_5}\} = \{\tau_9\} = \begin{pmatrix} X_9 & L_9 \\ Y_9 & M_9 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}_{O_9, \mathcal{R}}$	$\begin{pmatrix} X_9 & L_9 - c_9 Y_9 \\ Y_9 & M_9 + c_9 X_9 \\ 0 & a_9 Y_9 \end{pmatrix}_{O_1, \mathcal{R}}$
\mathcal{L}_{10}	$\{\tau_{S_5 \rightarrow S_0}\} = \{\tau_{10}\} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ Y_{10} & M_{10} \\ Z_{10} & N_{10} \end{pmatrix}_{O_{10}, \mathcal{R}}$	$\begin{pmatrix} 0 & -c_{10} Y_{10} \\ Y_{10} & M_{10} - a_{10} Z_{10} \\ Z_{10} & N_{10} + a_{10} Y_{10} \end{pmatrix}_{O_1, \mathcal{R}}$
\mathcal{L}_{11}	$\{\tau_{S_1 \rightarrow S_4}\} = \{\tau_{11}\} = \begin{pmatrix} 0 & L_{11} \\ 0 & M_{11} \\ Z_{11} & 0 \end{pmatrix}_{O_{11}, \mathcal{R}}$	$\begin{pmatrix} 0 & L_{11} \\ 0 & M_{11} - a_{11} Z_{11} \\ Z_{11} & 0 \end{pmatrix}_{O_1, \mathcal{R}}$

Rappelons toujours que :

- $\vec{x}_1 = \cos \psi \cos \theta \vec{x} + \cos \psi \sin \theta \vec{y} + \sin \psi \vec{z}$
- $\vec{y}_1 = -\sin \psi \cos \theta \vec{x} - \sin \psi \sin \theta \vec{y} + \cos \psi \vec{z}$
- $\vec{z}_1 = \sin \theta \vec{x} - \cos \theta \vec{y}$
- $\vec{x}_6 = \cos \psi \vec{x}_1 + \sin \psi \vec{z}$
- $\vec{y}_6 = \vec{y}_1$
- $\vec{z}_6 = -\sin \psi \vec{x}_1 + \cos \psi \vec{z}$

Où aussi :

$$A = (L_3 \cos\psi - N_3 \sin\psi) \cos\theta - M_3 \sin\theta + b_3 Z_3 \cos\psi - c_3 [-Z_3 \sin\psi \sin\theta + Y_3 \cos\theta]$$

$$B = (L_3 \cos\psi - N_3 \sin\psi) \sin\theta + M_3 \cos\theta - a_3 Z_3 \cos\psi + c_3 [-Z_3 \sin\psi \cos\theta - Y_3 \sin\theta]$$

$$C = L_3 \sin\psi + N_3 \cos\psi + a_3 [-Z_3 \sin\psi \sin\theta + Y_3 \cos\theta] - b_3 [-Z_3 \sin\psi \cos\theta - Y_3 \sin\theta]$$

Ajoutons à ces torseurs trois autres représentant les actions mécaniques d'entrée et de sortie du mécanisme, soient :

- $\{\tau_{e_1 \rightarrow S_1}\} = \{\tau_{e_1}\} = \begin{pmatrix} X_{e_1} & L_{e_1} \\ Y_{e_1} & M_{e_1} \\ Z_{e_1} & N_{e_1} \end{pmatrix}_{O_1, \mathcal{R}}$
- $\{\tau_{e_2 \rightarrow S_7}\} = \{\tau_{e_2}\} = \begin{pmatrix} X_{e_2} & L_{e_2} \\ Y_{e_2} & M_{e_2} \\ Z_{e_2} & N_{e_2} \end{pmatrix}_{O_1, \mathcal{R}}$
- $\{\tau_{s \rightarrow S_5}\} = \{\tau_s\} = \begin{pmatrix} X_s & L_s \\ Y_s & M_s \\ Z_s & N_s \end{pmatrix}_{O_1, \mathcal{R}}$

Q22/ Etude statique :

Cette étude consiste à appliquer le **PFS** sur $(n-1)$ solides ; soient les solides : **S₁**, **S₂**, **S₃**, **S₄**, **S₅**, **S₆** et **S₇** : [Tous les torseurs sont écrits en O_1 et dans le repère \mathcal{R}]

- **PFS sur S₁**: $\{\tau_1\} - \{\tau_2\} + \{\tau_6\} - \{\tau_{11}\} + \{\tau_{e_1}\} = \{0\}$

D'où :

$$\begin{pmatrix} X_1 & L_1 \\ Y_1 & M_1 \\ Z_1 & 0 \end{pmatrix}_{O_1, \mathcal{R}} - \begin{pmatrix} X_2 \cos\theta - Y_2 \sin\theta & L_2 \cos\theta - M_2 \sin\theta - c_2(X_2 \sin\theta + Y_2 \cos\theta) \\ X_2 \sin\theta + Y_2 \cos\theta & L_2 \sin\theta + M_2 \cos\theta + c_2(X_2 \cos\theta - Y_2 \sin\theta) \\ 0 & N_2 + a_2(X_2 \sin\theta + Y_2 \cos\theta) - b_2(X_2 \cos\theta - Y_2 \sin\theta) \end{pmatrix}_{O_1, \mathcal{R}} \\ + \begin{pmatrix} 0 & L_6 \\ 0 & M_6 - a_6 Z_6 \\ Z_6 & 0 \end{pmatrix}_{O_1, \mathcal{R}} - \begin{pmatrix} 0 & L_{11} \\ 0 & M_{11} - a_{11} Z_{11} \\ Z_{11} & 0 \end{pmatrix}_{O_1, \mathcal{R}} + \begin{pmatrix} X_{e_1} & L_{e_1} \\ Y_{e_1} & M_{e_1} \\ Z_{e_1} & N_{e_1} \end{pmatrix}_{O_1, \mathcal{R}} \\ = \{0\}$$

On obtient ainsi le système d'équations $\{S_1\}$ suivant :

$$\{S_1\}: \begin{cases} X_1 - X_2 \cos\theta + Y_2 \sin\theta + X_{e_1} = 0 \\ Y_1 - X_2 \sin\theta - Y_2 \cos\theta + Y_{e_1} = 0 \\ Z_1 + Z_6 - Z_{11} + Z_{e_1} = 0 \\ L_1 - L_2 \cos\theta + M_2 \sin\theta + c_2(X_2 \sin\theta + Y_2 \cos\theta) + L_6 - L_{11} + L_{e_1} = 0 \\ M_1 - L_2 \sin\theta - M_2 \cos\theta - c_2(X_2 \cos\theta - Y_2 \sin\theta) + M_6 - a_6 Z_6 - M_{11} + a_{11} Z_{11} + M_{e_1} = 0 \\ -N_2 - a_2(X_2 \sin\theta + Y_2 \cos\theta) + b_2(X_2 \cos\theta - Y_2 \sin\theta) + N_{e_1} = 0 \end{cases}$$

- PFS sur \mathbf{S}_2 : $\{\tau_3\} - \{\tau_4\} = \{0\}$

D'où :

$$\begin{aligned} & \left\{ \begin{array}{l} -Z_3 \sin \psi \cos \theta - Y_3 \sin \theta \\ -Z_3 \sin \psi \sin \theta + Y_3 \cos \theta \\ Z_3 \cos \psi \end{array} \right\}_{O_1, \mathcal{R}} \begin{array}{l} A \\ B \\ C \end{array} \\ - \left\{ \begin{array}{ll} X_4 \cos \theta - Y_4 \sin \theta & L_4 \cos \theta + b_4 Z_4 - c_4 (X_4 \sin \theta + Y_4 \cos \theta) \\ X_4 \sin \theta + Y_4 \cos \theta & L_4 \sin \theta - a_4 Z_4 + c_4 (X_4 \cos \theta - Y_4 \sin \theta) \\ Z_4 & N_4 + a_4 (X_4 \sin \theta + Y_4 \cos \theta) - b_4 (X_4 \cos \theta - Y_4 \sin \theta) \end{array} \right\}_{O_1, \mathcal{R}} = \{0\} \end{aligned}$$

On obtient ainsi le système d'équations $\{S_2\}$ suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} -Z_3 \sin \psi \cos \theta - Y_3 \sin \theta - X_4 \cos \theta + Y_4 \sin \theta = 0 \\ -Z_3 \sin \psi \sin \theta + Y_3 \cos \theta - X_4 \sin \theta - Y_4 \cos \theta = 0 \\ Z_3 \cos \psi - Z_4 = 0 \\ (L_3 \cos \psi - N_3 \sin \psi) \cos \theta - M_3 \sin \theta + b_3 Z_3 \cos \psi - c_3 [-Z_3 \sin \psi \sin \theta + Y_3 \cos \theta] - L_4 \cos \theta - b_4 Z_4 + c_4 (X_4 \sin \theta + Y_4 \cos \theta) = 0 \\ (L_3 \cos \psi - N_3 \sin \psi) \sin \theta + M_3 \cos \theta - a_3 Z_3 \cos \psi + c_3 [-Z_3 \sin \psi \cos \theta - Y_3 \sin \theta] - L_4 \sin \theta + a_4 Z_4 - c_4 (X_4 \cos \theta - Y_4 \sin \theta) = 0 \\ L_3 \sin \psi + N_3 \cos \psi + a_3 [-Z_3 \sin \psi \sin \theta + Y_3 \cos \theta] - b_3 [-Z_3 \sin \psi \cos \theta - Y_3 \sin \theta] - N_4 - a_4 (X_4 \sin \theta + Y_4 \cos \theta) + b_4 (X_4 \cos \theta - Y_4 \sin \theta) = 0 \end{array} \right.$$

- PFS sur \mathbf{S}_3 : $\{\tau_4\} + \{\tau_5\} - \{\tau_6\} = \{0\}$

D'où :

$$\begin{aligned} & \left\{ \begin{array}{ll} X_4 \cos \theta - Y_4 \sin \theta & L_4 \cos \theta + b_4 Z_4 - c_4 (X_4 \sin \theta + Y_4 \cos \theta) \\ X_4 \sin \theta + Y_4 \cos \theta & L_4 \sin \theta - a_4 Z_4 + c_4 (X_4 \cos \theta - Y_4 \sin \theta) \\ Z_4 & N_4 + a_4 (X_4 \sin \theta + Y_4 \cos \theta) - b_4 (X_4 \cos \theta - Y_4 \sin \theta) \end{array} \right\}_{O_1, \mathcal{R}} \\ & + \left\{ \begin{array}{ll} X_5 & L_5 - c_5 Y_5 \\ Y_5 & M_5 + c_5 X_5 \\ 0 & a_5 Y_5 - b_5 X_5 \end{array} \right\}_{O_1, \mathcal{R}} - \left\{ \begin{array}{ll} 0 & L_6 \\ 0 & M_6 - a_6 Z_6 \\ Z_6 & 0 \end{array} \right\}_{O_1, \mathcal{R}} = \{0\} \end{aligned}$$

On obtient ainsi le système d'équations $\{S_3\}$ suivant :

$$\{S_3\} = \left\{ \begin{array}{l} X_4 \cos \theta - Y_4 \sin \theta + X_5 = 0 \\ X_4 \sin \theta + Y_4 \cos \theta + Y_5 = 0 \\ Z_4 - Z_6 = 0 \\ L_4 \cos \theta + b_4 Z_4 - c_4 (X_4 \sin \theta + Y_4 \cos \theta) + L_5 - c_5 Y_5 - L_6 = 0 \\ L_4 \sin \theta - a_4 Z_4 + c_4 (X_4 \cos \theta - Y_4 \sin \theta) + M_5 + c_5 X_5 - M_6 + a_6 Z_6 = 0 \\ N_4 + a_4 (X_4 \sin \theta + Y_4 \cos \theta) - b_4 (X_4 \cos \theta - Y_4 \sin \theta) + a_5 Y_5 - b_5 X_5 = 0 \end{array} \right.$$

- PFS sur \mathbf{S}_4 : $-\{\tau_5\} - \{\tau_9\} + \{\tau_{11}\} = \{0\}$

D'où :

$$- \left\{ \begin{array}{ll} X_5 & L_5 - c_5 Y_5 \\ Y_5 & M_5 + c_5 X_5 \\ 0 & a_5 Y_5 - b_5 X_5 \end{array} \right\}_{O_1, \mathcal{R}} - \left\{ \begin{array}{ll} X_9 & L_9 - c_9 Y_9 \\ Y_9 & M_9 + c_9 X_9 \\ 0 & a_9 Y_9 \end{array} \right\}_{O_1, \mathcal{R}} + \left\{ \begin{array}{ll} 0 & L_{11} \\ 0 & M_{11} - a_{11} Z_{11} \\ Z_{11} & 0 \end{array} \right\}_{O_1, \mathcal{R}} = \{0\}$$

On obtient ainsi le système d'équations $\{S_4\}$ suivant :

$$\{S_4\} = \begin{cases} -X_5 - X_9 = 0 \\ -Y_5 - Y_9 = 0 \\ Z_{11} = 0 \\ -L_5 + c_5Y_5 - L_9 + c_9Y_9 + L_{11} = 0 \\ -M_5 - c_5X_5 - M_9 - c_9X_9 + M_{11} - a_{11}Z_{11} = 0 \\ -a_5Y_5 + b_5X_5 - a_9Y_9 = 0 \end{cases}$$

- **PFS sur S_5** : $\{\tau_9\} - \{\tau_{10}\} + \{\tau_s\} = \{0\}$

D'où :

$$\begin{pmatrix} X_9 & L_9 - c_9Y_9 \\ Y_9 & M_9 + c_9X_9 \\ 0 & a_9Y_9 \end{pmatrix}_{O_1, \mathcal{R}} - \begin{pmatrix} 0 & -c_{10}Y_{10} \\ Y_{10} & M_{10} - a_{10}Z_{10} \\ Z_{10} & N_{10} + a_{10}Y_{10} \end{pmatrix}_{O_1, \mathcal{R}} + \begin{pmatrix} X_s & L_s \\ Y_s & M_s \\ Z_s & N_s \end{pmatrix}_{O_1, \mathcal{R}} = \{0\}$$

On obtient ainsi le système d'équations $\{S_5\}$ suivant :

$$\{S_5\} = \begin{cases} X_9 + X_s = 0 \\ Y_9 - Y_{10} + Y_s = 0 \\ -Z_{10} + Z_s = 0 \\ L_9 - c_9Y_9 + c_{10}Y_{10} + L_s = 0 \\ M_9 + c_9X_9 - M_{10} + a_{10}Z_{10} + M_s = 0 \\ a_9Y_9 - N_{10} - a_{10}Y_{10} + N_s = 0 \end{cases}$$

- **PFS sur S_6** : $\{\tau_2\} - \{\tau_3\} - \{\tau_7\} = \{0\}$

D'où :

$$\begin{pmatrix} X_2 \cos \theta - Y_2 \sin \theta & L_2 \cos \theta - M_2 \sin \theta - c_2(X_2 \sin \theta + Y_2 \cos \theta) \\ X_2 \sin \theta + Y_2 \cos \theta & L_2 \sin \theta + M_2 \cos \theta + c_2(X_2 \cos \theta - Y_2 \sin \theta) \\ 0 & N_2 + a_2(X_2 \sin \theta + Y_2 \cos \theta) - b_2(X_2 \cos \theta - Y_2 \sin \theta) \end{pmatrix}_{O_1, \mathcal{R}} - \begin{pmatrix} -Z_3 \sin \psi \cos \theta - Y_3 \sin \theta & A \\ -Z_3 \sin \psi \sin \theta + Y_3 \cos \theta & B \\ Z_3 \cos \psi & C \end{pmatrix}_{O_1, \mathcal{R}} - \begin{pmatrix} X_7 & -c_7Y_7 \\ Y_7 & c_7X_7 \\ Z_7 & 0 \end{pmatrix}_{O_1, \mathcal{R}} = \{0\}$$

On obtient ainsi le système d'équations $\{S_6\}$ suivant :

$$\begin{cases} X_2 \cos \theta - Y_2 \sin \theta + Z_3 \sin \psi \cos \theta + Y_3 \sin \theta - X_7 = 0 \\ X_2 \sin \theta + Y_2 \cos \theta + Z_3 \sin \psi \sin \theta - Y_3 \cos \theta - Y_7 = 0 \\ -Z_3 \cos \psi - Z_7 = 0 \\ L_2 \cos \theta - M_2 \sin \theta - c_2(X_2 \sin \theta + Y_2 \cos \theta) - (L_3 \cos \psi - N_3 \sin \psi) \cos \theta + M_3 \sin \theta - b_3 Z_3 \cos \psi + c_3[-Z_3 \sin \psi \sin \theta + Y_3 \cos \theta] + c_7 Y_7 = 0 \\ L_2 \sin \theta + M_2 \cos \theta + c_2(X_2 \cos \theta - Y_2 \sin \theta) - (L_3 \cos \psi - N_3 \sin \psi) \sin \theta - M_3 \cos \theta + a_3 Z_3 \cos \psi - c_3[-Z_3 \sin \psi \cos \theta - Y_3 \sin \theta] - c_7 X_7 = 0 \\ N_2 + a_2(X_2 \sin \theta + Y_2 \cos \theta) - b_2(X_2 \cos \theta - Y_2 \sin \theta) - L_3 \sin \psi - N_3 \cos \psi - a_3[-Z_3 \sin \psi \sin \theta + Y_3 \cos \theta] + b_3[-Z_3 \sin \psi \cos \theta - Y_3 \sin \theta] = 0 \end{cases}$$

- PFS sur S_7 : $\{\tau_7\} - \{\tau_8\} + \{\tau_{e_2}\} = \{0\}$

D'où :

$$\begin{Bmatrix} X_7 & -c_7 Y_7 \\ Y_7 & c_7 X_7 \\ Z_7 & 0 \end{Bmatrix}_{O_1, \mathcal{R}} - \begin{Bmatrix} X_8 & L_8 - c_8 Y_8 \\ Y_8 & M_8 + c_8 X_8 \\ Z_8 & -k Z_8 \end{Bmatrix}_{O_1, \mathcal{R}} + \begin{Bmatrix} X_{e_2} & L_{e_2} \\ Y_{e_2} & M_{e_2} \\ Z_{e_2} & N_{e_2} \end{Bmatrix}_{O_1, \mathcal{R}} = \{0\}$$

On obtient ainsi le système d'équations $\{S_7\}$ suivant :

$$\{S_7\} = \begin{cases} X_7 - X_8 + X_{e_2} = 0 \\ Y_7 - Y_8 + Y_{e_2} = 0 \\ Z_7 - Z_8 + Z_{e_2} = 0 \\ -c_7 Y_7 - L_8 + c_8 Y_8 + L_{e_2} = 0 \\ c_7 X_7 - M_8 - c_8 X_8 + M_{e_2} = 0 \\ k Z_8 + N_{e_2} = 0 \end{cases}$$

4^{ème} Section : Etude de la liaison vis sans fin (3)/ carter (1)

Q23)

$$\{\tau_M\} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & C_m \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_M ; \{\tau_R\} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\frac{C_m}{2} \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_R ; \{\tau_N\} = \begin{Bmatrix} X_N & 0 \\ 0 & 0 \\ Z_N & 0 \end{Bmatrix}_N ; \{\tau_P\} = \begin{Bmatrix} X_P & 0 \\ Y_P & 0 \\ Z_P & 0 \end{Bmatrix}_P ;$$

$$\{\tau_Q\} = \begin{Bmatrix} -F_R & 0 \\ F_A & 0 \\ F_T & 0 \end{Bmatrix}_Q$$

Q24)

$$\text{PFS à (3)} : \{\tau_M\} + \{\tau_R\} + \{\tau_N\} + \{\tau_P\} + \{\tau_Q\} = \{\vec{0}\}$$

Au point P :

$$\{\tau_M\} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & C_m \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_P ; \{\tau_R\} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\frac{C_m}{2} \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_P ; \{\tau_N\} = \begin{Bmatrix} X_N & -(l_1 + l_2)Z_N \\ 0 & 0 \\ Z_N & (l_1 + l_2)X_N \end{Bmatrix}_P ; \{\tau_P\} = \begin{Bmatrix} X_P & 0 \\ Y_P & 0 \\ Z_P & 0 \end{Bmatrix}_P ;$$

$$\{\tau_Q\} = \begin{Bmatrix} -F_R & -l_2 F_T \\ F_A & -\frac{d_3}{2} F_T \\ F_T & -l_2 F_R + \frac{d_3}{2} F_A \end{Bmatrix}_P$$

Soit

$$\left\{ \begin{array}{l} X_N + X_P - F_R = 0 \\ Y_P + F_A = 0 \\ Z_N + Z_P + F_T = 0 \\ -(l_1 + l_2)Z_N - l_2 F_T = 0 \\ \frac{C_m}{2} - \frac{d_3}{2} F_T = 0 \\ (l_1 + l_2)X_N - l_2 F_R + \frac{d_3}{2} F_A = 0 \end{array} \right.$$

$$C_m = \frac{30P_m}{\pi N_m} \Rightarrow C_m = \frac{30 \times 2 \times 736}{\pi \times 1450} \Rightarrow C_m = 9,694 Nm$$

$$F_T = \frac{C_m}{d_3} \Rightarrow F_T = \frac{9694}{28} \Rightarrow F_T = 346,21 N$$

$$F_A = \frac{F_T}{\tan \beta} \Rightarrow F_A = \frac{346,21}{\tan 8^\circ} \Rightarrow F_A = 2463,41 N$$

$$F_R = \frac{F_T}{\sin \beta} \tan \alpha \Rightarrow F_R = \frac{346,21}{\sin 8^\circ} \tan 20^\circ \Rightarrow F_R = 905,42 N$$

$$X_N = \frac{l_2 F_R - \frac{d_3}{2} F_A}{l_1 + l_2} \Rightarrow X_N = \frac{66 \times 905,42 - 14 \times 2463,41}{50 + 66} \Rightarrow X_N = 217,84 N$$

$$X_P = F_R - X_N \Rightarrow X_P = 905,42 - 217,84 \Rightarrow X_P = 687,58 N$$

$$Y_P = -F_A \Rightarrow Y_P = -2463,41 N$$

$$Z_N = -\frac{l_2 F_T}{l_1 + l_2} \Rightarrow Z_N = -\frac{66 \times 346,21}{50 + 66} \Rightarrow Z_N = -196,98 N$$

$$Z_P = -F_T - Z_N \Rightarrow Z_P = -346,21 + 196,98 \Rightarrow Z_P = -149,23 N$$

$$\{\tau_N\}_M = \begin{Bmatrix} 217,84 & 0 \\ 0 & 0 \\ -196,98 & 0 \end{Bmatrix}; \{\tau_P\}_P = \begin{Bmatrix} 687,58 & 0 \\ -2463,41 & 0 \\ -149,23 & 0 \end{Bmatrix}$$

Q25)

- Le roulement (4') supporte la charge axiale exercée par l'arbre. Il est baptisé (A).

$$F_{r4'} = F_{rA} = \sqrt{(687,58)^2 + (149,23)^2} = 703,58N$$

- Le roulement (4) est baptisé (B)

$$F_{r4} = F_{rB} = \sqrt{(217,84)^2 + (196,98)^2} = 293,69N$$

- Charge axiale exercée par l'arbre

$$F_{aE} = F_A = 2463,41N$$

- $Y_A = Y_{4'} = 2,1$ $Y_B = Y_4 = 1,7$

$$\frac{0,5F_{rA}}{Y_A} = \frac{0,5 \times 703,58}{2,1} = 167,51N$$

$$F_{aE} + \frac{0,5F_{rB}}{Y_B} = 2463,41 + \frac{0,5 \times 293,69}{1,7} = 2549,78$$

$$\Rightarrow \frac{0,5F_{rA}}{Y_A} \leq F_{aE} + \frac{0,5F_{rB}}{Y_B} \Rightarrow 1^{\text{er}} \text{ cas}$$

- Charges axiales totales

$$F_{a4'} = F_{aA} = F_{aE} + \frac{0,5F_{rB}}{Y_B} = 2549,78N \quad F_{a4} = F_{aB} = \frac{0,5F_{rB}}{Y_B} = \frac{0,5 \times 293,69}{1,7} = 86,37N$$

- Charges équivalentes

$$\circ P_4 = P_B = F_{rB} = 293,69N$$

$$\frac{F_{aA}}{F_{rA}} = \frac{2549,78}{703,58} = 3,62$$

$$e_{4'} = e_A = 0,28$$

$$\frac{F_{aA}}{F_{rA}} > e_A \Rightarrow$$

$$\circ P_{4'} = P_A = 0,4F_{rA} + Y_A F_{aA} = 0,4 \times 703,58 + 2,1 \times 2549,78 = 5635,97N$$

- $C_4 = 1800daN$

$$L_{4.10} = \left[\frac{C_4}{P_4} \right]^{\frac{10}{3}} = \left[\frac{1800}{29,369} \right]^{\frac{10}{3}} = 907704,49 \text{ Millions de tours}$$

- $C_{4'} = 2950 \text{ daN}$

$$L_{4'.10} = \left[\frac{C_{4'}}{P_{4'}} \right]^{\frac{10}{3}} = \left[\frac{2950}{563,597} \right]^{\frac{10}{3}} = 248,98 \text{ Millions de tours}$$

Q26)

- $L_{4.10H} = \frac{L_{4.10} 10^6}{60 N_m} = \frac{907704,49 \times 10^6}{60 \times 1450} = 10433384,94 \text{ Heures}$

- $L_{4'.10H} = \frac{L_{4'.10} 10^6}{60 N_m} = \frac{248,98 \times 10^6}{60 \times 1450} = 2861,83 \text{ Heures}$

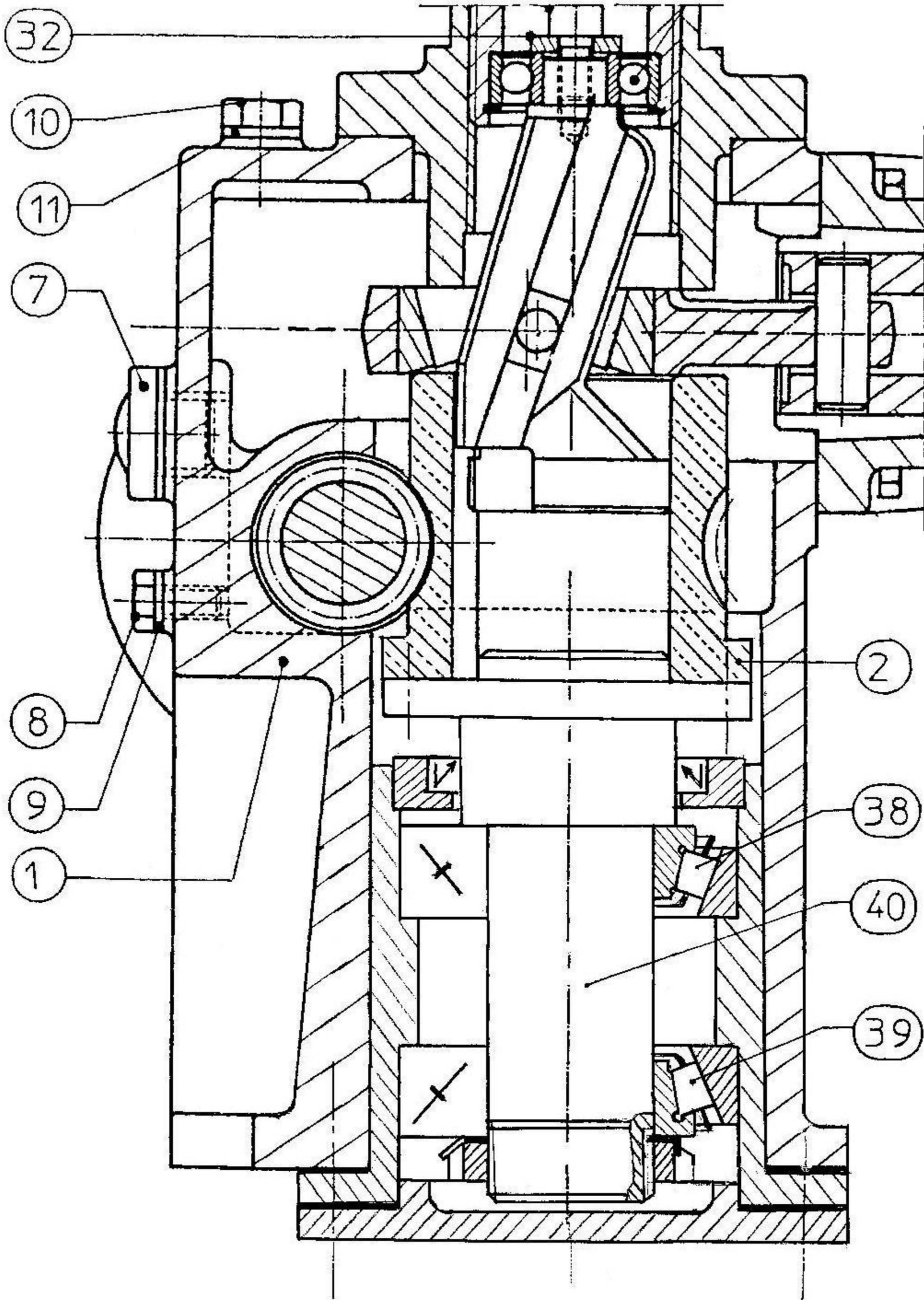
Q27)

- $L_{E.10H} = \left[\left[\frac{1}{L_{4.10H}} \right]^{1,5} + \left[\frac{1}{L_{4'.10H}} \right]^{1,5} \right]^{\frac{1}{1,5}} = \left[\left[\frac{1}{10433384,94} \right]^{1,5} + \left[\frac{1}{2861,83} \right]^{1,5} \right]^{\frac{1}{1,5}} = 2861,82$

Heures

5^{ème} Section : Etude graphique

-Voir Document réponse DR01-



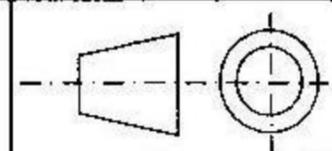
CONCOURS DE RECRUTEMENT DES TECHNOLOGUES EN GENIE MECANIQUE

Document 1.DR01

EPREUVE DE TECHNOLOGIE (session 2015)

Echelle : 1 : 1

MECANISME DE COMMANDE DE LA POMPE DOSEUSE

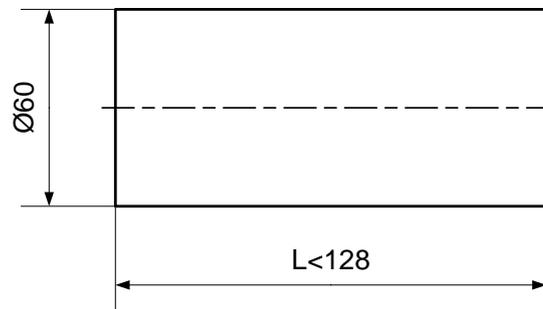


CORRECTION PARTIE (II)

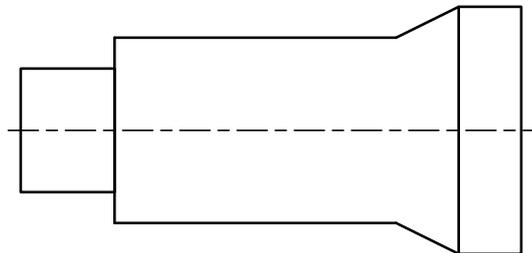
Technologie de Production

1^{ère} Section : Etude de l'obtention du brut de l'arbre (29)

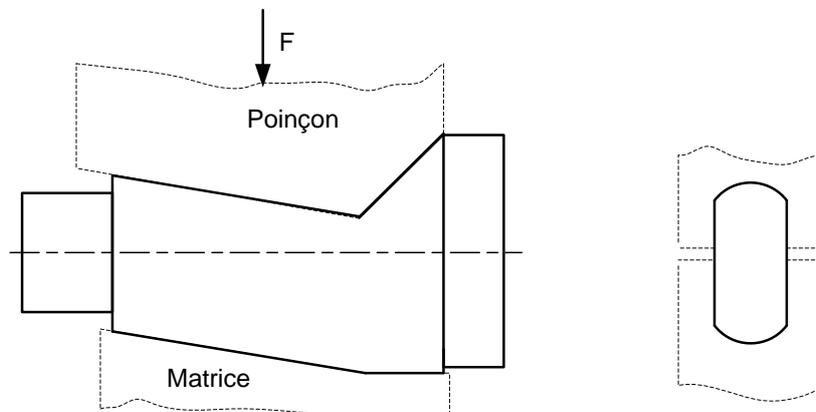
Q1. Donner la forme et les dimensions du lopin de départ avant laminage.



Q2. Représenter, à main levée, la forme de la pièce après l'opération de laminage.



Q3. Représenter, à main levée, les outils et la pièce en position de travail pendant l'opération de cambrage.



2^{ème} Section : Etude de l'usinage de l'arbre (29)

Q4. En analysant le dessin de définition de l'arbre 29, proposer un ordre chronologique de réalisation des surfaces à usiner et remplir le tableau du document réponse **II.DR.1**.

Chronologie de réalisation des surfaces à usiner

Phases	Surfaces à usiner	Surfaces de référence	Machines outil
Phase 10 Obtention du Brut	B1, B2, B3, B4, B5		
Phase 20 Fraisage	C	B5 B2 et B3 B1	Fraisage à CN
Phase 30 Fraisage	1	C B2 et B3 B1	Fraisage à CN
Phase 40 Tournage	B et D	C B1 B2	Tour à CN
Phase 50 Tournage	A	C D B	Tour à CN
Phase 60 Fraisage	4 et 5	A et B C D	Fraisage à CN
Phase 70 Contrôle final	A, B, C, D 1, 2, 3, 4, 5 et 6		M.M.T

Q5. Donner une définition générale du matériau céramique.

Les céramiques sont des matériaux inorganiques **non métalliques**, mais généralement **composés d'éléments métalliques et d'éléments non métalliques**. Ils sont typiquement constitués de composés métal-métalloïdes.

Certaines sont composées uniquement d'éléments métalloïdes : carbone (diamant, graphite) – nitrure de silicium – carbure de silicium.

Q6. Donner les caractéristiques des trois matériaux de coupe suivant : céramique, cermet et carbure.

Céramique :

Un outil en céramique n'est constitué que de grains de céramique.

Ils sont très durs.

Ils sont résistants à l'usure.

Ils gardent leur propriété de dureté à des températures très élevées.

En conséquence :

Ils sont peu résistants aux chocs.

Ils permettent d'usiner des matériaux très durs, non usinables avec d'autres matériaux à outil.

Ils nécessitent des machines adaptées (puissance, rigidité, gamme des vitesses)

Cermet :

Ils sont composés de grains de céramique et d'un (ou plusieurs) métal.

Les grains de céramique confèrent à l'outil ses caractéristiques de **dureté et de résistance à l'usure**. Le métal constitue le liant qui assure la résilience de l'outil.

On distingue deux familles de cermets :

Cermet à base de carbure de tungstène couramment appelé « Carbure ».

Cermet à base de carbure de titane couramment appelé « Cermet ».

Carbure :

Le carbure est un élément constitué de carbone et d'un autre élément pur (exemple :WC, TiC). Ils sont associés à d'autres grains de céramique ou à des métaux.

Les outils en carbure sont **très durs et résistent à l'usure**.

Q7. Compléter le contrat de phase (document réponse **II.DR.2**) et préciser :

- L'ordre des opérations.
- Les outillages nécessaires.
- Les conditions de coupe.
- Le posage de la pièce par les symboles technologiques.
- Les cotes de fabrication.
- Les trajectoires d'outils.

CONTRAT DE PHASE

Phase :40

Machine : T.C.N

Pièce : ...Arbre 29

Programme N° : 2015

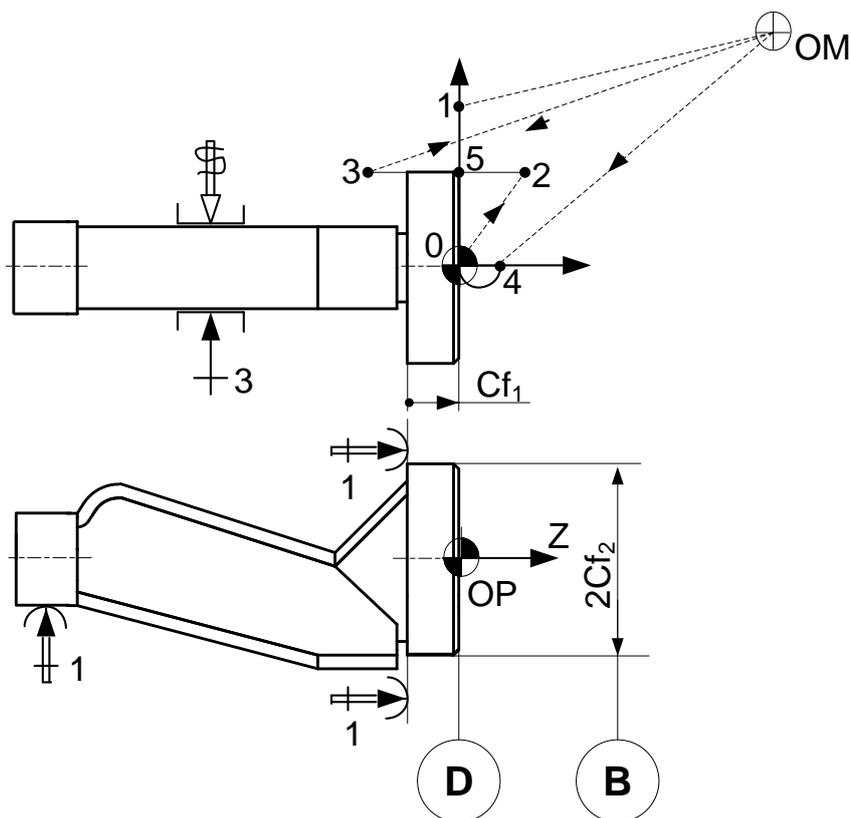
Porte Pièce : M.U N°40

Matière : 42 Cr Mo 4

Brut : Estampage

Nombre : ...100

Croquis de phase



Désignation des Opérations	Désignation des Outils	V _c m/mi n	n tr/mi n	f mm/t r	V _f mm/ min	a mm
a) Dressage ébauche de D	T1 : DCLNL ou CCLNL	250		0,15		2
b) Chariotage ébauche de B	T1 : DCLNL ou CCLNL	250		0,15		2
c) Contournage finition de B et D	T2 : DDJNL ou CDJNL	300		0,05		0,5

Q8. Ecrire le programme en code ISO permettant l'usinage de la pièce suivant les conditions établies dans le contrat de phase (document réponse **II.DR.3**).

% 2015							
N10 G00 G52 X0 Z0	Point	1	2	3	4	5	6
N20 M6 T1 D1 (Outil d'ébauche)	X	62	57	57	0	56	56
N30 G97 S1000 M03	Z	0.5	2	-16	8	0	-16
N40 G00 X62 Z0.5 (Pt1)							
N50 G92 S3000							
N60 G96 S250							
N70 G95 F0.15							
N80 G01 X0 Z0 M08 (Pt0)							
N90 G00 X57 Z2 (Pt2)							
N100 G01 Z-16(Pt3)							
N110 G97 S1000							
N120 G00 G52 X0 Z0 M09							
N130 M6 T2 D2							
N140 G00 X0 Z8 (Pt4)							
N150 G96 S300							
N160 G02 X0 Z0 R4 F0.05 M08(Pt0)							
N170 G01 X56 EB-1.5 (Pt5)							
N180 Z-16 M09							
N190 G97 S1000							
N200 G00 X100 Z100 M05							
N210 M02							

Q9. Représenter, à main levée, le montage d'usinage permettant d'assurer le posage et le maintien de la pièce définis dans la question précédente. Préciser, s'il y a lieu, les conditions géométriques à satisfaire dans ce montage (document réponse **II.DR.4**).

Q10. Etablir la relation permettant de calculer le temps de dressage en ébauche de la surface **(D)**.

$$dt_c = \frac{d_r}{V_f} V_f = \frac{1000 \cdot f \cdot V_c}{\pi \cdot 2 \cdot r} dt_c = \frac{\pi}{500 \cdot f \cdot V_c} \int_0^R r \cdot dr$$

$$t_c = \frac{\pi \cdot R^2}{1000 \cdot f \cdot V_c}$$

Q11. Calculer le nombre de pièces dressées par arête.

$$Nb_{P/Art} = \frac{T}{t_c}$$

D'après le document technique **II.DT05** pour $V_c=200\text{m/min}$, $T=20\text{min}$

AN : $t_c = \frac{\pi \cdot 30^2}{1000 \cdot 0,15 \cdot 200} t_c = 0,0942\text{min}$

$$Nb_{P/Art} = 212,31$$

Soit $Nb_{P/Art} = 212$ pièces

3^{ème} Section : Optimisation des conditions de coupe

Q12. Calculer le volume de métal enlevé pendant le surfaçage.

$$Vol = S \cdot a_p \quad \text{Avec } S = S_1 + S_2 + S_3 \quad \text{et } a_p = 2\text{mm}$$

AN : $S_1 = 26 \cdot 75 S_1 = 1950 \text{ mm}^2$

$$S_2 = 18 \cdot 9 S_2 = 162 \text{ mm}^2$$

$$S_3 = (17 \cdot 18) / 2 S_3 = 153 \text{ mm}^2$$

$$S = 2265 \text{ mm}^2$$

$$Vol = 4530 \text{ mm}^3$$

Q13. Déterminer l'expression du débit de matière enlevée.

$$Q = a_e \cdot a_p \cdot V_f$$

Avec $V_f = N \cdot f_z \cdot Z$ et $N = \frac{1000 \cdot V_c}{\pi \cdot D}$

$$Q = \left[\frac{1000 \cdot a_e \cdot a_p \cdot f_z \cdot Z}{\pi D} \right] \cdot V_c \text{ Soit } Q = A_0 \cdot V_c \quad \text{Avec } A_0 = \left[\frac{1000 \cdot a_e \cdot a_p \cdot f_z \cdot Z}{\pi D} \right]$$

Q14. Déterminer l'expression du temps t_c en fonction de la vitesse de coupe.

$$t_c = \frac{Vol}{Q}$$

$$t_c = \left[\frac{Vol \cdot \pi \cdot D}{1000 \cdot a_e \cdot a_p \cdot f_z \cdot Z} \right] \cdot \frac{1}{V_c}$$

Soit $t_c = \frac{A_1}{V_c}$

Avec $A_1 = \left[\frac{Vol \cdot \pi \cdot D}{1000 \cdot a_e \cdot a_p \cdot f_z \cdot Z} \right]$

Q15. Déterminer l'expression du temps t_{chan} en fonction de la vitesse de coupe.

$$t_{chan} = \frac{t_c}{T} \cdot t_{co}$$

$$t_{chan} = \left[\frac{Vol \cdot \pi \cdot D \cdot t_{co}}{1000 \cdot C \cdot f_z^{x+1} \cdot a_p^{y+1} \cdot a_e^{z+1}} \right] \cdot \frac{1}{V_c^{n+1}}$$

Soit

$$t_{chan} = \frac{A_2}{V_c^{n+1}}$$

Avec $A_2 = \left[\frac{Vol \cdot \pi \cdot D \cdot t_{co}}{1000 \cdot C \cdot f_z^{x+1} \cdot a_p^{y+1} \cdot a_e^{z+1}} \right]$

Q16. Déterminer l'expression de la vitesse de coupe de production maximale V_{pr} . Calculer cette vitesse.

La production est maximale si le temps d'usinage de la surface C est minimal soit :

$$\frac{\partial T_u}{\partial V_c} = 0$$

$$T_u = \frac{A_1}{V_c} + \frac{A_2}{V_c^{n+1}} + [t_{char} + t_r + t_a]$$

t_{char}, t_r, t_a ne dépendent pas de la vitesse de coupe V_c

Alors

$$A_1 + (n + 1) \cdot \frac{A_2}{V_c^n} = 0$$

$$V_c = V_{pr} = \left(-\frac{A_1}{(n + 1)A_2} \right)^{\frac{1}{n}}$$

AN : $A_0 = 89,172$

$$A_1 = 50,8$$

$$A_2 = 122,756 \cdot 10^{-8}$$

$V_{pr} = 149,76 \text{ m/min}$

Q17. Calculer la vitesse de coupe de puissance maximale V_{pmaxi} .

$$P_c = \frac{Q \cdot K_s}{60 \cdot 10^3}$$

Q: Débit de matière enlevée.

$$K_s: \text{Pression spécifique de coupe} \quad K_s = C \cdot \left[\sin K_r \cdot \frac{360 \cdot L \cdot f_z}{\pi \cdot \varphi \cdot D} \right]^n \cdot (1 + m \cdot \theta)$$

Avec :

C= 2800 MP_a, L=40mm, f_z=0,05mm/dtφ=180° D =40mm K_r= 90° m= 0,008 n= -0,2 et θ=(14-6)=8° .

$$K_s = 4876 \text{ N/mm}^2$$

$$P_c = \frac{1000 \cdot a_e \cdot a_p \cdot f_z \cdot Z \cdot K_s}{\pi \cdot D \cdot 60 \cdot 10^3} \cdot V_c$$

Alors

$$V_c = V_{Pmax} = \frac{\pi \cdot D \cdot 60 \cdot 10^3 \cdot P_c}{1000 \cdot a_e \cdot a_p \cdot f_z \cdot Z \cdot K_s}$$

$$V_{Pmax} = 414 \text{ m/min}$$

Q18. Calculer la vitesse de coupe de rotation maximale V_{Nmaxi}.

$$N_{maxi} = \frac{1000 \cdot V_{Nmaxi}}{\pi \cdot D}$$

AN :

$$V_{Nmaxi} = 376,8 \text{ m/min}$$

Q19. Comparer les trois vitesses calculées et conclure.

$$V_{pr} < V_{Nmaxi} < V_{Pmaxi}$$

La machine permet donc, l'application de la vitesse de production maximale :

$$V_c = V_{pr} = 149,76 \text{ m/min}$$

4^{ème} Section : Etude des spécifications du dessin de définition de l'arbre (29)

Q20. Donner la signification de la spécification suivante

:est la désignation d'un taraudage

M : filetage métrique ISO

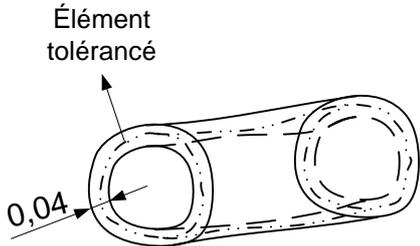
6 : diamètre nominal d=6mm

1 : pas des filets P=1mm

6H : tolérance de filetage (qualité moyenne) +150μm, -0

Q21. Définir pour la spécification:

- la nature de la tolérance géométrique,
- l'élément tolérancé,
- la zone de tolérance, sa nature et sa dimension : faire un schéma explicatif,
- la condition de conformité.

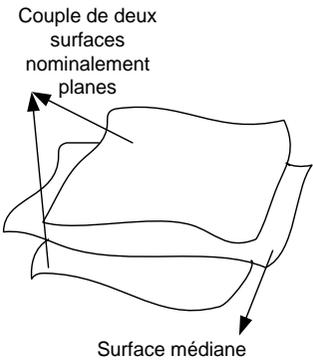
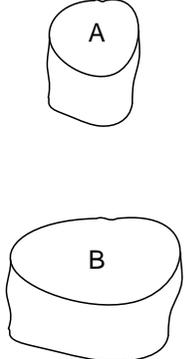
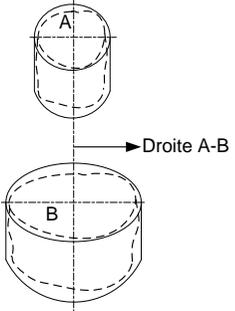
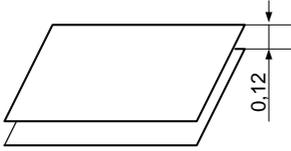
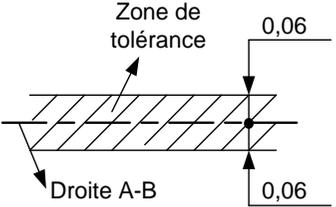
la nature de la tolérance géométrique	l'élément tolérancé	la zone de tolérance	La condition de conformité
Tolérance de forme : cylindricité	Est une surface nominalement cylindrique .	Est un volume limité par deux cylindres coaxiaux dans la différence de rayon est de 0,04mm Élément tolérancé 	L'élément tolérancé doit se situer tout entier dans la zone de tolérance.

Q22. Analyser et interpréter la spécification:

Indiquer notamment :

- La nature de la tolérance géométrique.
- L'(les) élément(s) tolérancé(s).
- L'(les) élément(s) de référence(s).
- La(les) référence(s) spécifiée(s).
- La(les) zone(s) de tolérance, sa nature et sa dimension.
- La contrainte d'orientation et/ou de position de la zone de tolérance par rapport à la référence spécifiée.

Faire des schémas explicatifs.

Nature de la tolérance géométrique	L'élément toléré.	Les éléments de références.	Les référence(s) spécifiées.	La zone de tolérance, sa nature et sa dimension	Contrainte d'orientation et/ou de position de la zone de tolérance par rapport à la référence spécifiée
Tolérance de position : Symétrie	<p>Surface médiane entre deux surfaces nominalement planes</p> 	<p>Couple de deux lignes nominalement rectilignes : Axes de deux surfaces nominalement cylindriques</p> 	<p>Droite A-B : Axe commune des 2 plus petits cylindres circonscrits aux 2 éléments de référence, supposées coaxiaux.</p> 	<p>Volume limité par 2 plans parallèles distants de 0,12 mm.</p> 	<p>La zone de tolérance est contrainte symétrique par rapport à la droite A-B</p> 

CORRECTION PARTIE (III)

Sciences des matériaux

1^{ère} Section : Etude de la soudabilité du corps de la pompe

Q1) Matériau A : E 295

E : acier de construction mécanique

295 : limite d'élasticité 295 MPa

Matériau B : X6CrNiMo17-4-1

X : acier fortement allié

CrNiMo : éléments d'additions classés par ordre décroissant (Chrome, Nickel, molybdène)

17-4-1 : 17% de Chrome ; 4% de Nickel et 1% de molybdène

Q2) Oui la nuance 316L est un acier inoxydable

Justification : % Cr = 17 > 13% at ou 12% pds

Désignation (EN) : X2CrNiMo17-12-2

Q3) Elle présente la limite d'élasticité la plus faible

Q4) $\%CE_A = 0,19 + (1,3/5) + (0,006 + 0,004)/5 + (0,12/15) = 0,41\%$

$\%CE_A = 0,06 + (0,55/5) + (17,1 + 1,1)/5 + (4,67/15) = 4,1\%$

$\%CE_A = 0,02 + (1,68/5) + (17,24 + 2)/5 + (11,14/15) = 4,89\%$

A > B > C

Q5)

	Cr _{équi}	Ni _{équi}
E 295	0,61	6,47
X6 CrNiMo17-4-1	18,71	6,74
316L	19,24	12,58

Q6) (Voir document à rendre : DR01) : la structure métallurgique du joint soudé est une structure martensitique.

Q7) La structure est bainitique pour les 4 conditions.

Q8) 7 sec : 430 HV ; 12 sec : 400 HV ; 13 sec : 380 HV ; 24 : 300 HV

Q9) Meilleure condition de soudage : $E_{\text{elec}} = 15 \text{ Kj/cm}$; $\Phi = 4 \text{ mm}$; $\Delta t = 13 \text{ s}$

2^{ème} Section : Etude de la soudabilité de la pièce (15)

Q10) Rôle de l'enrobage :

- Rôle électrique
- Rôle métallurgique
- Rôle mécanique
- Rôle chimique

Q11) (Voir document à rendre : DR02)

Q12) $I = 50 (5-1) = 200 \text{ A}$

Q13) $U = (0,04*200) + 21 = 29 \text{ V}$

Q14) $E_{\text{elec}} = (60*29*200)/(1000*20) = 17,4 \text{ Kj/cm}$

Q15) $E_{\text{équi}} = 20 \text{ Kj/cm}$; $\Delta t = 80 \text{ s}$; $HV = 230$

Q16) $HV = 300$ donc $\Delta t = 30 \text{ s}$

Q17) Température de préchauffage = 150 °C et la technique de soudage : TIG

Q18) $E_{\text{équi}}$ plus faible donc moins de transformation métallurgique au niveau du joint de grain.

3^{ème} Section : Défauts et contrôle des soudures

Q19) Groupes de défauts de soudage

- GROUPE N° 1 : fissures
- GROUPE N° 2 : cavités
- GROUPE N° 3 : inclusions solides
- GROUPE N° 4 : manque de fusion et de pénétration
- GROUPE N° 5 : défauts de forme et défauts dimensionnels
- GROUPE N° 6 : défauts divers

Q20) Fissures à froid et fissures à chaud

Q21) (Voir document à rendre : DR04)

Q22) Contrôle destructif, contrôle peu destructif et contrôle non destructif

Q23) Contrôle visuel, ressuage, magnétoscopie et courant de Foucault.

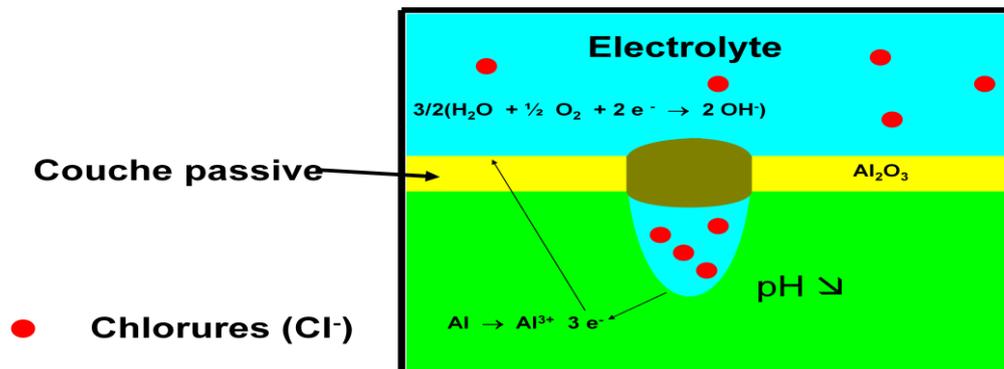
4^{ème} Section : Etude de la corrosion

Q24) Techniques de protection contre la corrosion :

- Protection par revêtement passif
- Revêtement métallique
- Protection cathodique
- Protection anodique ou par passivation

➤ Inhibiteur de corrosion.

Q25) Corrosion par piqures



Q26) (a) et (b)

Q27) La partie en acier est corrodée car elle est plus électro-négative que le cuivre

Q28) Isolation entre l'acier et le cuivre

5^{ème} Section : Caractérisation structurale

(voir annexe III - Document III.DT02)

Q29) Signification :

- 248 HB : valeur de la dureté 248 Brinell
- W 2,5 : bille en tungstène de diamètre 2,5 mm
- 187,5 : valeur de la charge appliquée égale 187,5 Kg

Q30) Fiche technique :

- Trempe à l'huile ($835^\circ\text{C} \leq T \leq 865^\circ\text{C}$)
- diamètre de la vis $\approx 30 \text{ mm}$: $\lambda = 0,15$
- Structure : martensitique
- Dureté = 535 Hv

Q31) Vitesse critique de trempe : $\lambda = 1,1$ ou $(V_{CT} = \Delta T / \Delta t = (700 - 300) / ((6 \times 360) - 20) = 1,17$

Q32) Le matériau possède une bonne trempabilité ;

Justification : la dureté en surface et à cœur sont presque égales quel que soit le traitement subis

Q33) Proposition de traitement thermique :

- Traitement thermique : revenu ;
- Température : 620°C (voir fiche technique)
- Temps de maintien : 1 heure
- Milieu : huile

DOCUMENTS A RENDRE (III)

Document III.DR01 :

Figure III-1 : Diagramme de Schaeffler

Figure III-2 : Diagramme TRC et courbe de dureté correspondante de la nuance d'acier E295

Document III.DR02 :

Symbole normalisé de soudage

Figure III-3 : Courbe de dureté HV = f (Δt_{300}^{700}) pour l'acier E 355

Document III.DR03 :

Figure III-4 : Abaque paramètre de refroidissement-conditions de soudage de la nuance d'acier E 355

Document III.DR04 :

Les défauts de soudage

Document III.DR01

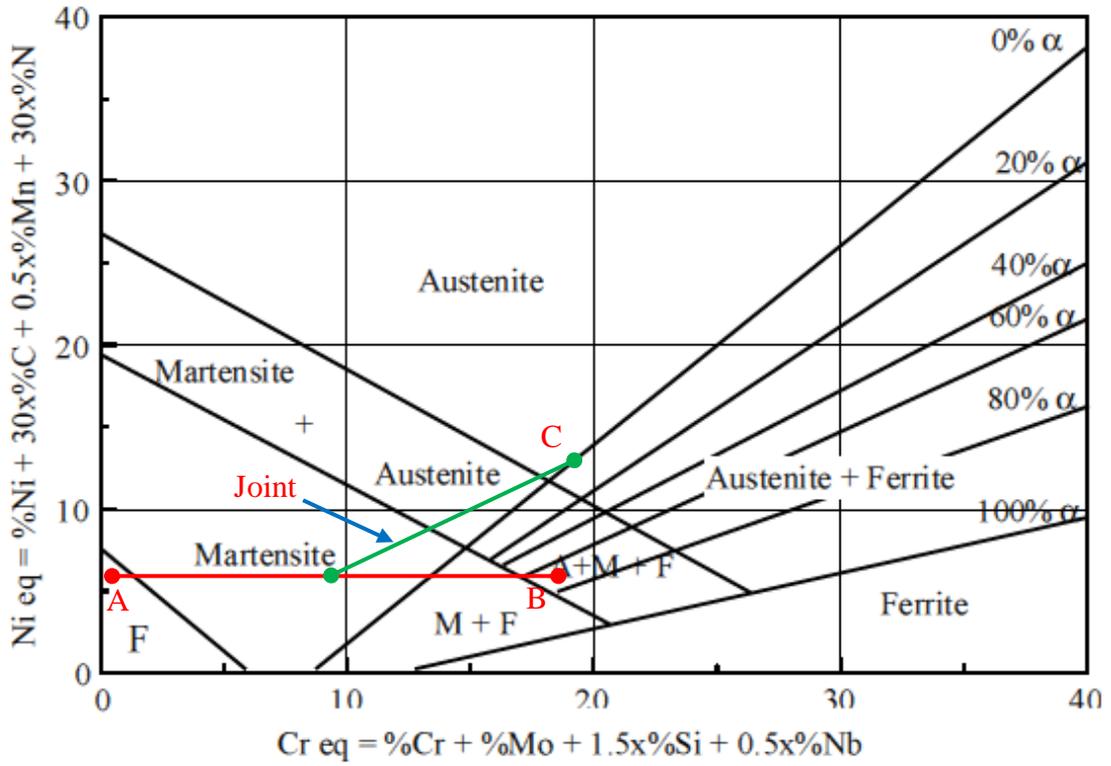


Figure III-1 : Diagramme de Schaeffler

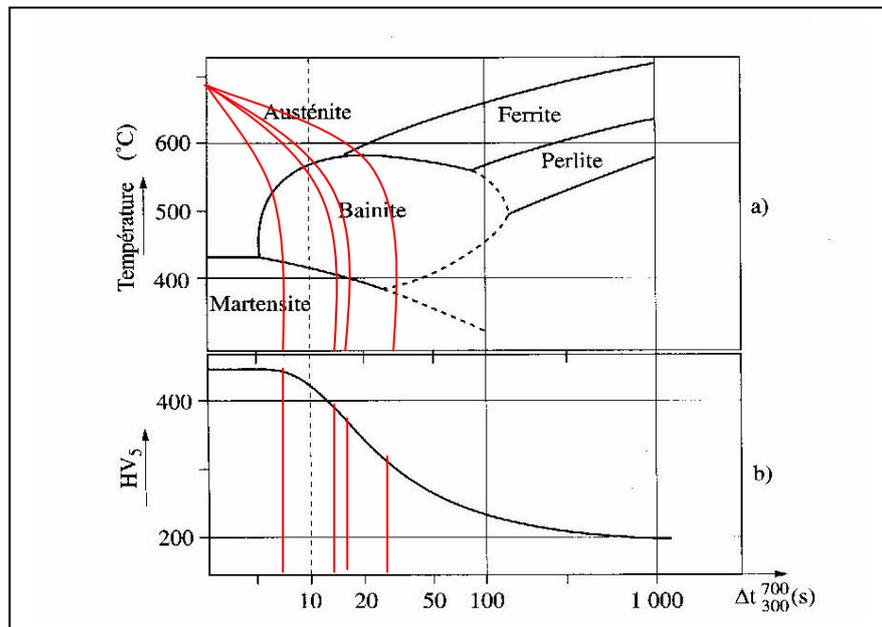


Figure III-2 : Diagramme TRC et courbe de dureté correspondante de la nuance d'acier E295

Document III.DR02

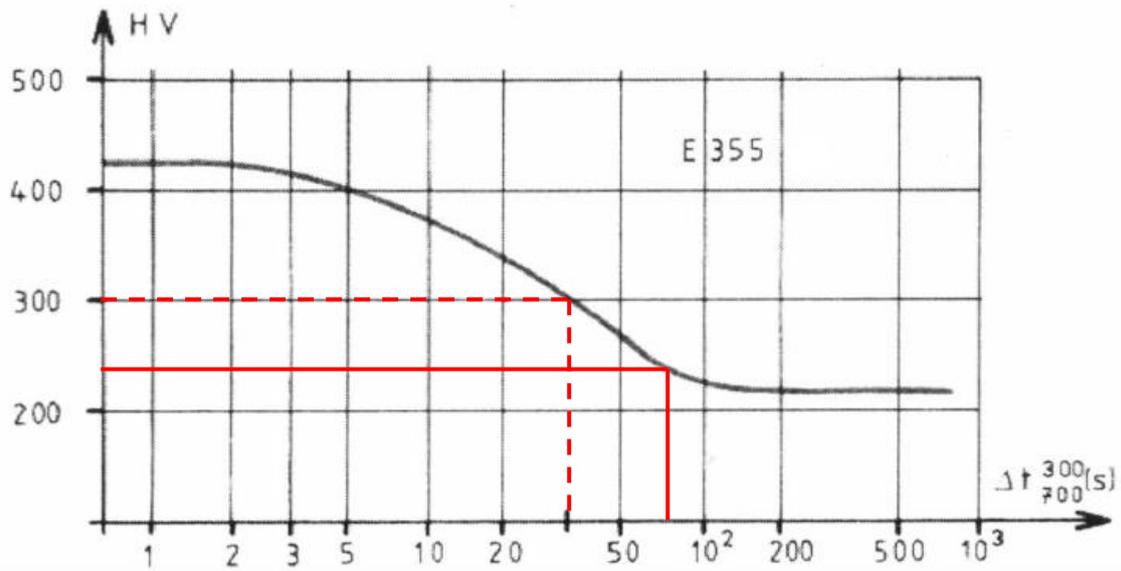
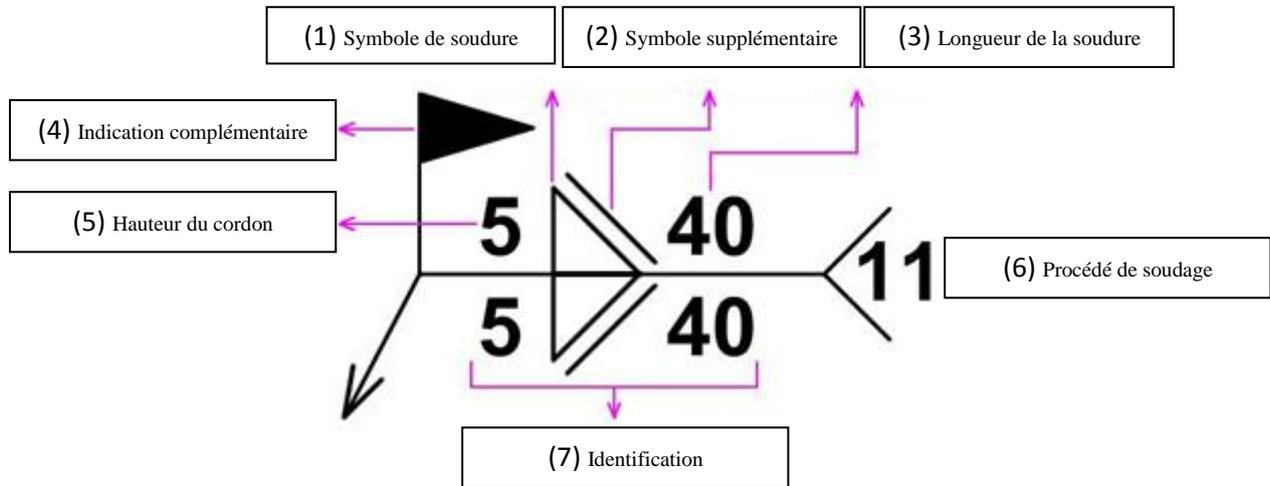


Figure III-3 : courbe de dureté HV = f (Δt_{300}^{700}) pour l'acier E 355

Document III.DR03

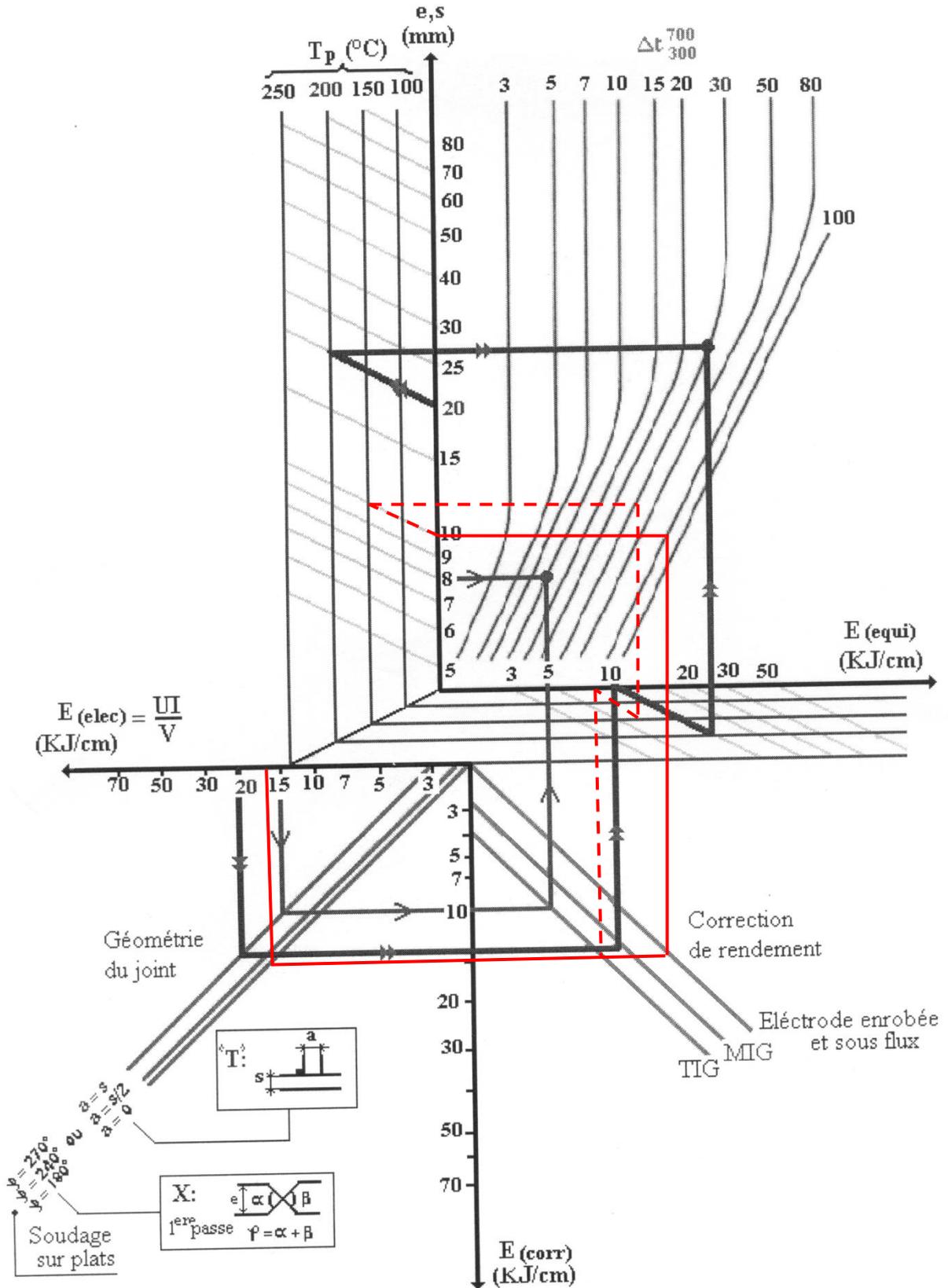
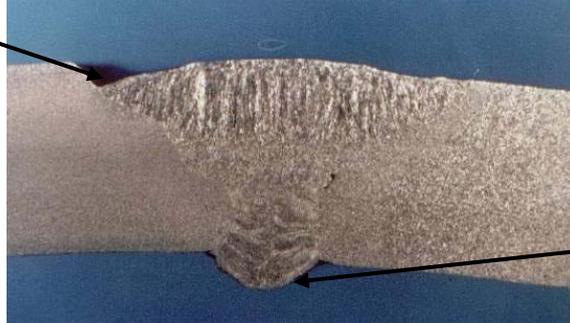


Figure III-4 : abaque paramètre de refroidissement-conditions de soudage de la nuance E 355

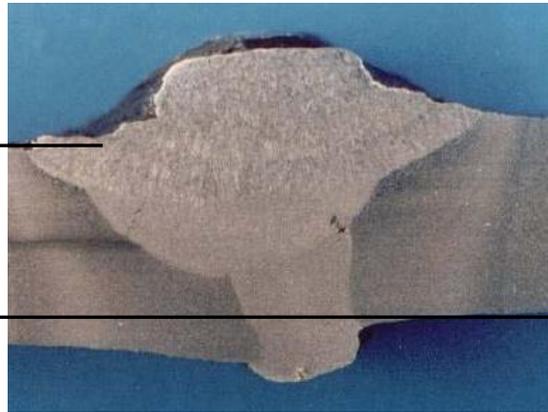
Document III.DR04

Caniveau ou morsure



Effondrement

Défaut d'alignement



Coup d'arc

CORRECTION PARTIE (VI)

Automatisme

1^{ère} Section : Fonctionnement automatique- GRAFCET de Production Normale

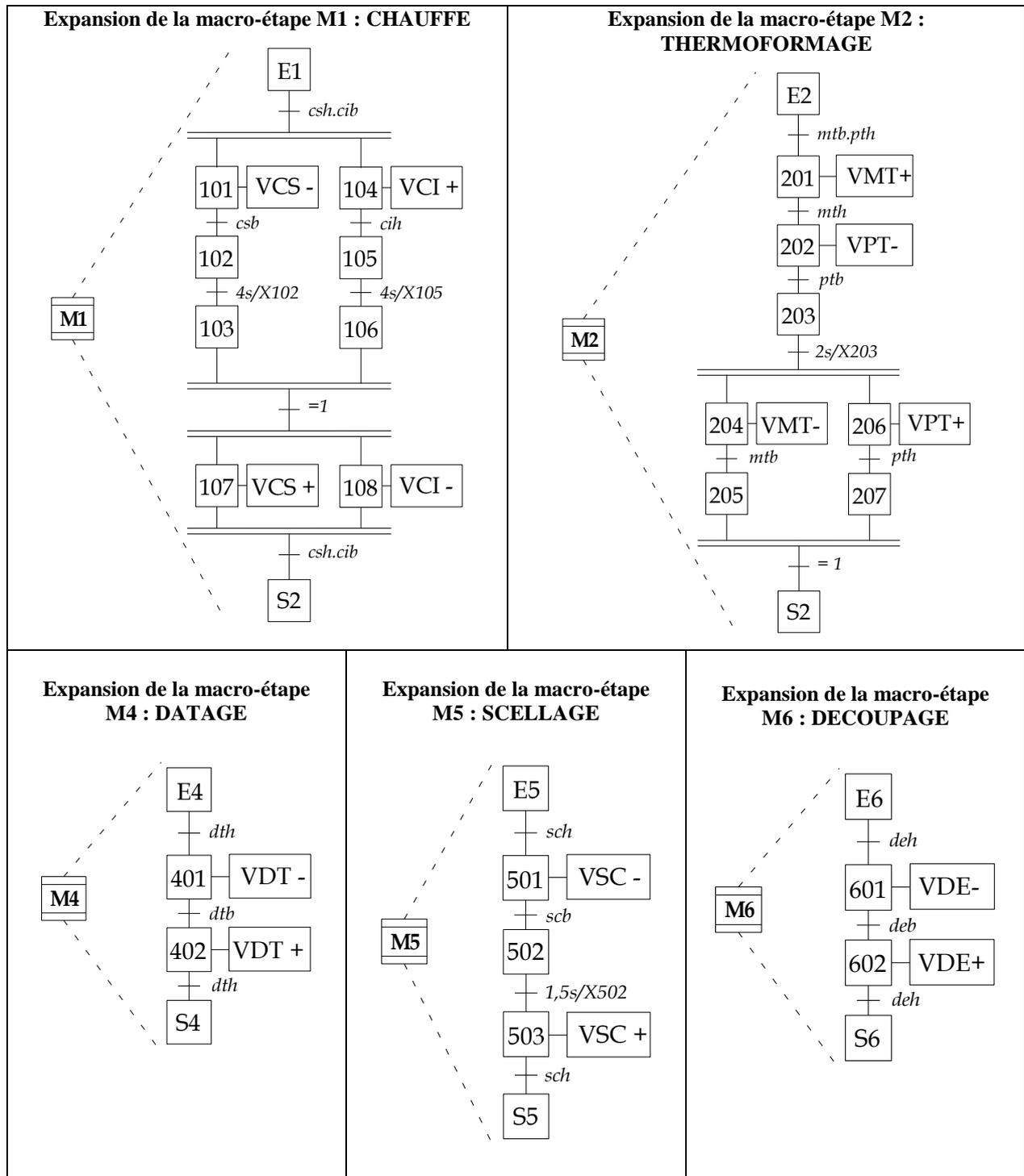
R.1) Détermination des réceptivités $r1$, $r2$ et $r3$

$r1=prp$; $r2=n(trs)$ et $r3=bto$

R.2) Détermination de la réceptivité $r4$

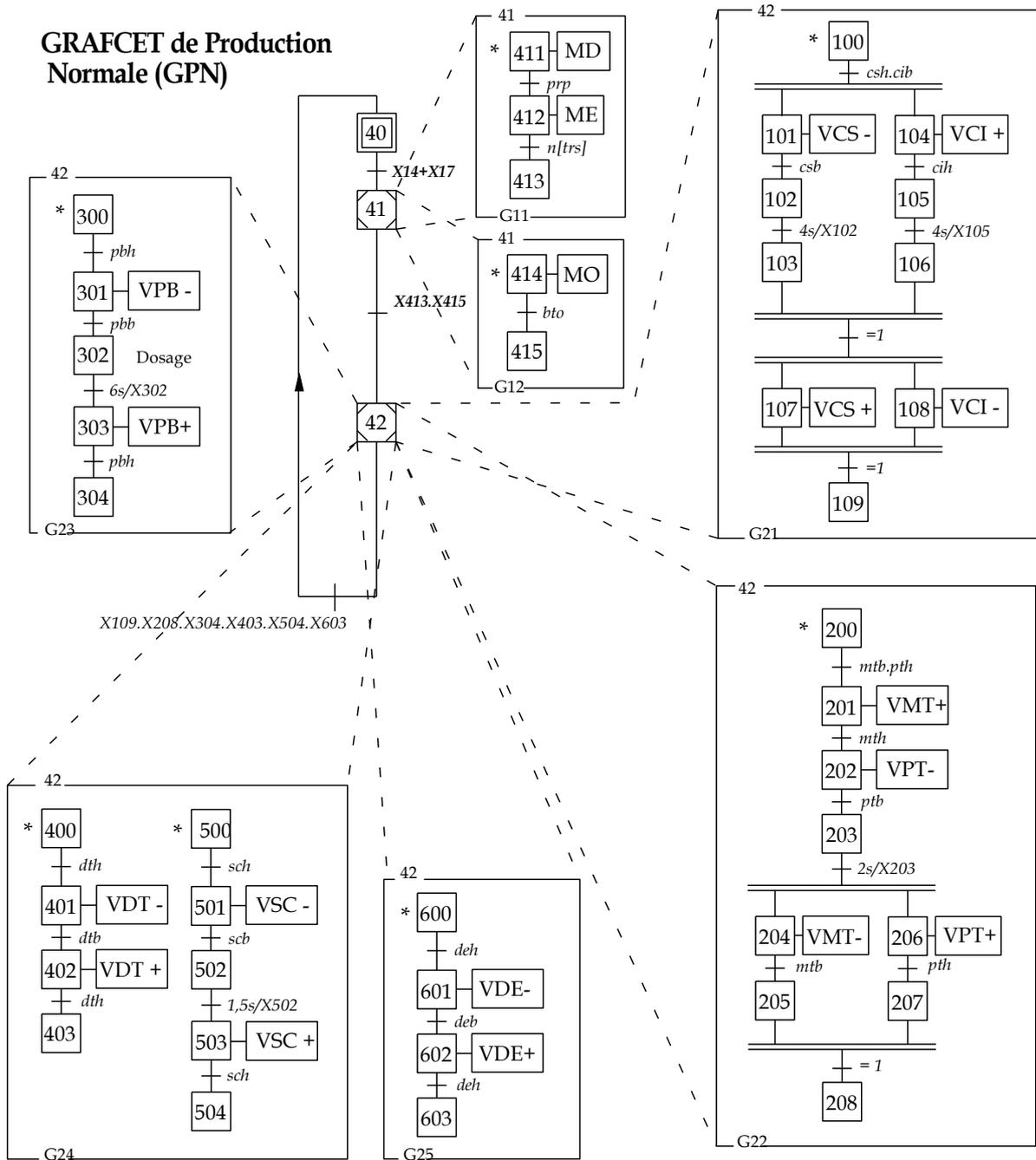
$r4=6s / X302$

R.3) Détermination des expansions des macro-étapes M1, M2, M4, M5 et M6.



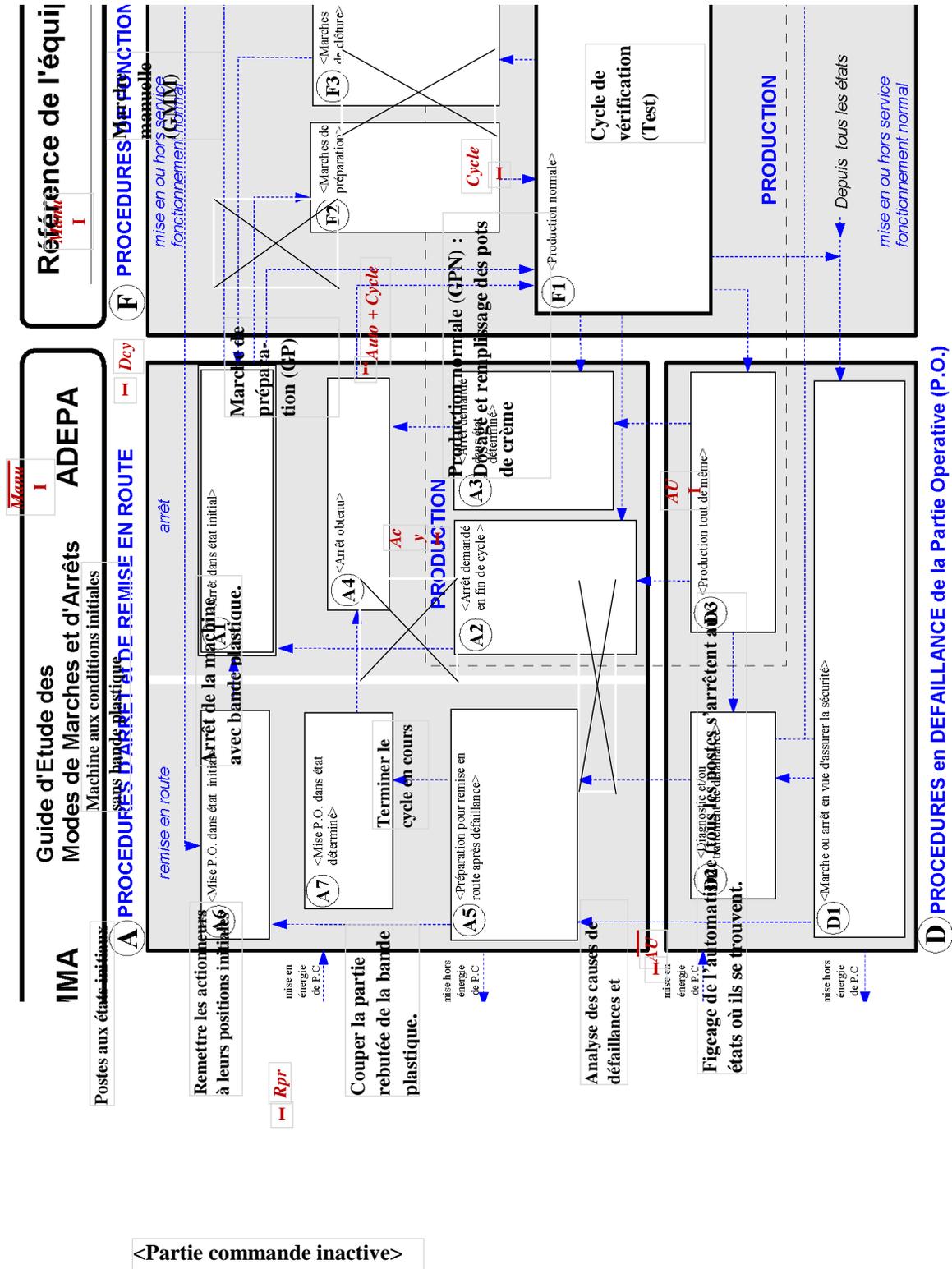
R.4) Etablissement du GPN en utilisant des étapes encapsulantes.

- L'étape encapsulante 41 contient deux encapsulations : les GRAFCETs partiels G11 et G12
- L'étape encapsulante 42 contient cinq encapsulations : les GRAFCETs partiels G21, G22, G23, G24 et G25.

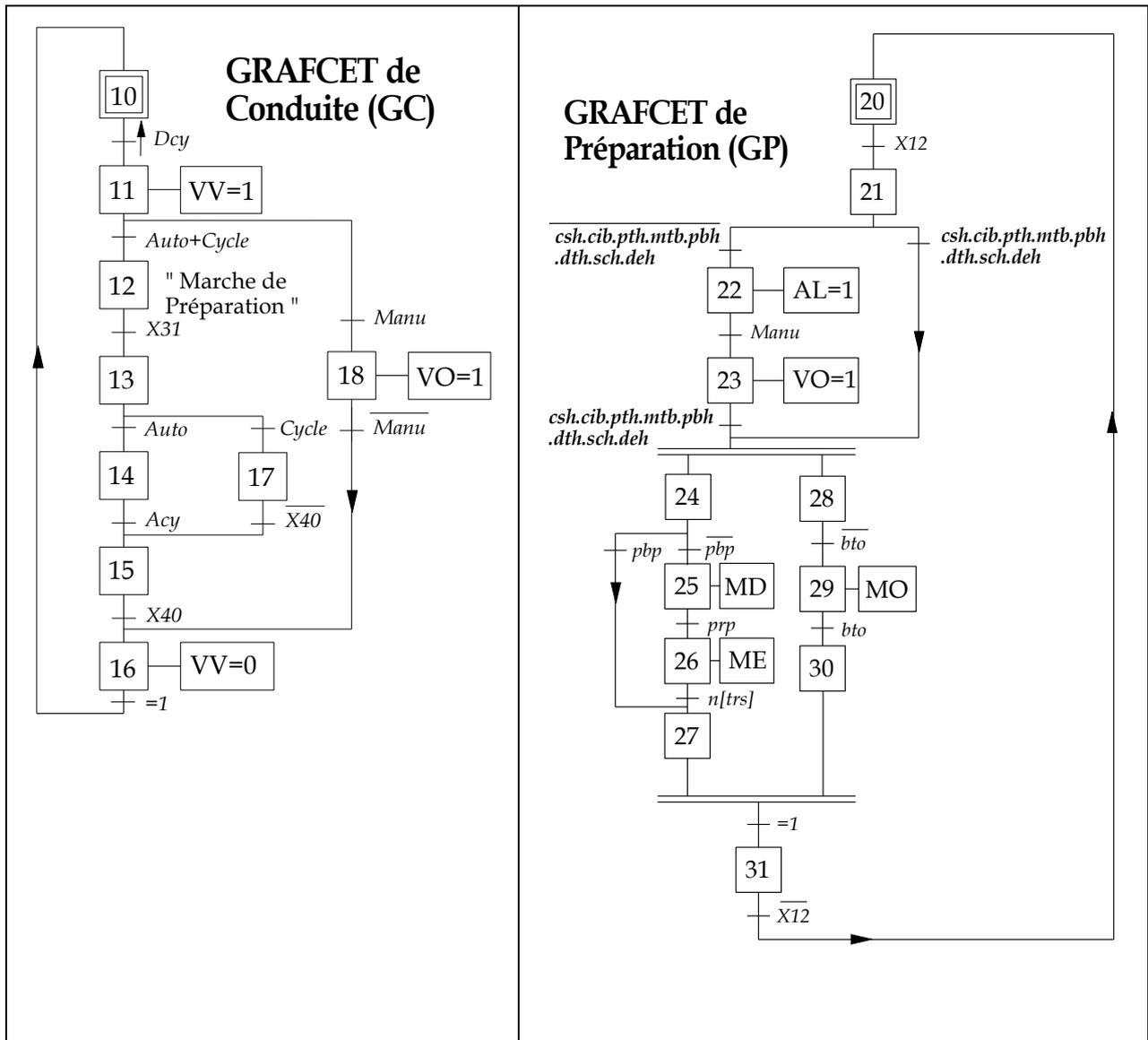


R.5) La condition de franchissement de l'étape 10 à l'étape 11 du GC est la validation de la réceptivité : $\uparrow Dcy$ qui signifie « au passage immédiat de Dcy de la valeur logique 0 à la valeur logique 1 » : front montant (l'étape 10 se désactive et l'étape 11 s'active simultanément).

R.6) GEMMA :



R.7) Établissement des GRAFCETs GC et GP



R.8) Détermination des réceptivités r13, r14 et r15 du GMM

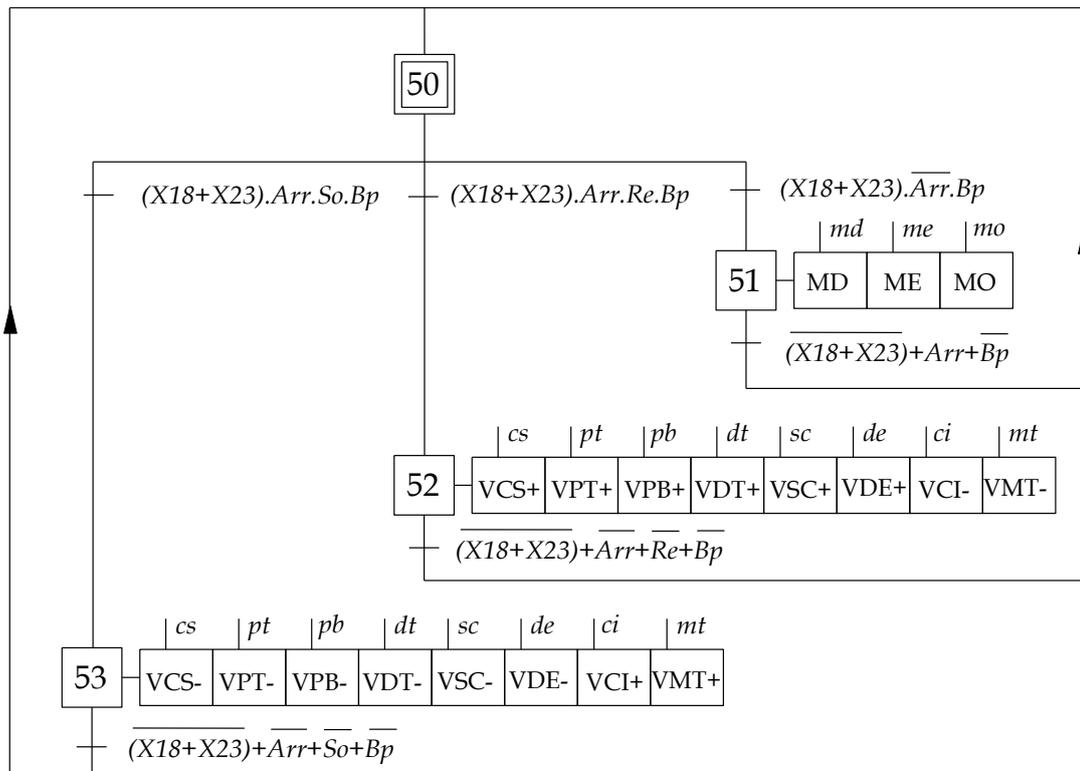
$$r13 = (X18 + X23).arr.So.Bp ;$$

$$r14 = (X18 + X23).arr.Re.Bp$$

$$r15 = (X18 + X23).\bar{a}\bar{r}\bar{r}.Bp$$

R9) Rétablissement du GRAFCET GMM avec les conditions d'assignation de chaque action

GRAFCET de Marche Manuelle (GMM)



R10) Mise en équations du GRAFCET GMM :

1/ Equations des étapes en mémoires monostables :

Compte-tenu des réceptivités déterminées à la R8

$r_{13} = (X18 + X23).arr. So. Bp$; $r_{14} = (X18 + X23).arr. Re. Bp$ et $r_{15} = (X18 + X23).\overline{arr}. Bp$
et des équations obtenues des étapes du GRAFCET GMM

$$X50 = (\overline{r_{13}}.X53 + \overline{r_{14}}.X52 + \overline{r_{15}}.X51) + (\overline{r_{13}} + \overline{r_{14}} + \overline{r_{15}}).X50$$

$$\boxed{X50 = \overline{r_{13}}.(X50 + X53) + \overline{r_{14}}.(X50 + X52) + \overline{r_{15}}.(X50 + X51)}$$

$$X51 = (r_{15}.X50 + r_{15}.X51); \boxed{X51 = r_{15}.(X50 + X51)}$$

$$X52 = (r_{14}.X50 + r_{14}.X52); \boxed{X52 = r_{14}.(X50 + X52)}$$

$$X53 = (r_{13}.X50 + r_{13}.X53); \boxed{X53 = r_{13}.(X50 + X53)}$$

2/ Equations des actions :

$$\begin{cases} MD = X51.md \\ ME = X51.me \\ MO = X51.mo \end{cases} ; \begin{cases} VCS+ = X52.cs \\ VPT+ = X52.pt \\ VPB+ = X52.pb \\ VDT+ = X52.dt \end{cases} ; \begin{cases} VSC+ = X52.sc \\ VDE+ = X52.de \\ VCI- = X52.ci \\ VMT- = X52.mt \end{cases}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} VCS- = X53.cs \\ VPT- = X53.pt \\ VPB- = X53.pb \\ VDT- = X53.dt \end{array} \right. \text{ et } \left\{ \begin{array}{l} VSC- = X53.sc \\ VDE- = X53.de \\ VCI+ = X53.ci \\ VMT+ = X53.mt \end{array} \right.$$

Schéma à contacts (LADDER Diagram)

